Министерство общего и профессионального образования

Российской Федерации

Иркутская государственная экономическая академия

ИМИТАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ
(Имитационное моделирование)

Методические указания
к лабораторным работам и курсовому проекту
(дневная и ускоренная формы обучения)

Издательство ИГЭА

1998

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Иркутской государственной экономической академии

Содержатся краткое изложение теоретического материала, а также методические рекомендации и варианты лабораторных и курсовых работ. В приложении 1 приведена рабочая программа курса “Имитационные системы”. В приложении 2 находится аннотация данного курса. Рекомендуется студентам экономических специальностей, изучающих дисциплину “Имитационные системы”. При подготовке вариантов курсовых работ принимала участие аспирант Щербинина Е.Е.

Составитель д-р техн. наук, профессор Ю.М. Краковский
(кафедра информатики и кибернетики)

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА “МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ С ЗАДАННЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ”

Лабораторная работа предназначена для закрепления и более глубокого усвоения методов моделирования случайной величины с заданным законом распределения и последующего тестирования полученных генераторов. Лабораторная работа повышает навыки работы с компьютером и пакетами программ различного назначения. При выполнении лабораторной работы используются знания, полученные в курсах теории вероятностей, математической статистики и численных методов. Оформление осуществляется в соответствии с общими требованиями. Для определения варианта необходимо сложить три последние цифры номера зачетной книжки.

1. 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

1.1.1 Обозначения

СВ - случайная величина;

$\mathrm{F}(x)$ - функции распределения СВ;

$\mathrm{f}(x)$ - плотность распределения вероятностей;

$\bar{x}$ -математическое ожидание;

D_X - дисперсия;

σ_X -среднеквадратичное отклонение;

$\tilde{x}, S^2, S$ - точечные оценки для $\bar{x}$, D_X и σ_X;

x - значение СВ с функцией распределения $F(x)$;

r - значение псевдослучайной величины равномерно распределенной на интервале (0,1);

$\phi(x)$ - функция Лапласа; $\phi(-x)=-\phi(x)$;

$\phi_0(x)$ - интеграл вероятности; $\phi_0(x) = 0{,}5 + \phi(x)$;

$\Gamma(x)$ - гамма-функция;

ε - заданная точность.

1.1.2 Методы моделирования СВ

Основным подходом при определении алгоритма моделирования СВ с функцией распределения $F(x)$ является решение уравнения [1]

$$F(x)=r. \qquad (1)$$

Так как уравнение (1) не всегда имеет аналитическое решение, то используются и другие подходы с различным математическим обоснованием [1,2,3,4]. Ниже приведены алгоритмы моделирования для наиболее распространенных законов распределений.

1.1.2.1. $R(a,b)$ - равномерное распределение на интервале (a,b):

$$x = a + (b-a)r, \ \ a < x < b. \qquad (2)$$

1.1.2.2. $P(\lambda)$ - показательный закон:

$$x = -\ln(r)/\lambda, \quad x > 0. \qquad (3)$$

1.1.2.3. $N(x,\sigma)$- нормальный закон:

$$x = \bar{x} + \sigma z, \text{ где } Z \to N(0,1).$$

а) Метод, использующий центральную предельную теорему [1,2]

$$z = \sum_{i=1}^{12} r_i - 6\,. \qquad (4)$$

б) Обратный метод Бокса и Маллера [3]

$$z=\sqrt{-2\ln(r_1)}\cos(2\pi r_2)\,. \qquad (5)$$

в) Модифицированный метод Бокса [3,4]

$$a = 2r_1 - 1; \ \ b = 2r_2 - 1; \ c = a^2 + b^2;$$

при $c \ge 1$ повторяют моделирование r_1 и r_2; при

$c < 1 \qquad z = a\sqrt{-2\ln(c)/c}.$ (6)

г) Метод Тигроу [3]

$$z = ((((c_1 a^2 + c_2)a^2 + c_3)a^2 + c_4)a^2 + c_5)a, \qquad (7)$$

где

$$a = (\sum_{i=1}^{12} r_i - 6)/4; c_1 = 0{,}029899776; c_2 = 0{,}008355968;$$
$$c_3 = 0{,}076542912; c_4 = 0{,}252408784;$$
$$c_5 = 3{,}949846138.$$

Метод (7) по отношению к методу (4) дает лучшие значения за пределами $\pm 2\sigma$.

1.1.2.4. $G(\alpha,\beta)$ - гамма - распределение:

$\mathrm{f}(x) = \dfrac{\beta(\beta x)^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}, x > 0, \alpha, \beta > 0, \Gamma(\alpha)$ - гамма-функция;

$$\bar{x} = \alpha/\beta; D_x = \alpha/\beta^2.$$

При $\alpha = 1,2....$ гамма-распределение называют распределением Эрланга α-го порядка ($E(\alpha,\beta)$).

а) моделирование $E(\alpha,\beta)$

Так как распределение Эрланга описывает сумму α слагаемых ,каждое из которых является СВ с показательным распределением $P(\beta)$, то

$$x = -\ln\left[\prod_{i=1}^{\alpha} r_i\right]/\beta. \qquad (8)$$

б) Общий случай $G(\alpha,\beta)$ [4]

1. $0 < \alpha < 1$:

$$a = r_1^{1/\alpha};\ \ b = r_2^{1/(1-\alpha)};\ \ c = a + b.$$

Если $c \le 1$, то $d = a / c$,

$$x = -d\ln(r_3)/\beta. \qquad (9)$$

Иначе повторяют моделирование r_1 и r_2.

2. $1 \le \alpha < 5$:

$[\alpha]$ - целая часть α;

$$a = [\alpha];\ \ b = \alpha - a;\ \ c = -(\alpha / a)\ln\prod_{i=1}^{a} r_i.$$

Если

$r_{a+1} > (c/\alpha)^b \exp(-b(c/\alpha - 1))$, то пересчитать c, иначе

$$x = c/\beta. \qquad (10)$$

3. $\alpha \ge 5$:

$$a = [\alpha];\ \ b = \alpha - a;$$

если $r_1 \ge b$, то

$$x = -\ln\prod_{i=1}^{a} r_i / \beta, \qquad (11)$$

иначе

$$x = -\ln\prod_{i=1}^{a+1} r_i / \beta. \qquad (12)$$

1.1.2.5. $B(\alpha,\beta)$ - бета-распределение:

$$\mathrm{f}(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{(b-a)\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^{\alpha-1}\left(\frac{b-x}{b-a}\right)^{\beta-1},$$

$a < x < b,\qquad \alpha,\beta,> 0,\qquad \Gamma(x)$ - гамма-функция;

$$\bar{x} = a + \frac{(b-a)\alpha}{\alpha+\beta};D_x = \frac{(b-a)^2\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}.$$

Так как $\alpha,\beta > 0$, то $0 < D_x < (\bar{x} - a)(b - \bar{x})$.

При $\alpha = \beta = 1$ бета-распределение $B(\alpha,\beta)$ является равномерным законом $R(a,b)$. При моделировании СВ с законом $B(\alpha,\beta)$ сначала моделируют нормированное на (0,1) значение, а затем преобразуют его на интервал (a,b)

$$y = a + (b - a)x .$$

1) Алгоритм Йонка

$$C = r_1^{1/\alpha};\ D = r_2^{1/\beta};\ E = C + D.$$

При $E < 1$

$$x = C / E,\ 0 < x < 1, \qquad (13)$$

иначе повторяют моделирование r_1 и r_2.

2) Алгоритм, использующий связь бета и гамма распределений

$$C = \mathrm{G}\ (\alpha, 1);\ D = \mathrm{G}\ (\beta, 1);\ \mathrm{E = C + D}.$$

$$x = C / E,\ 0 < x < 1. \qquad (14)$$

Метод (14) по отношению к (13) менее критичен по быстродействию к параметрам α, β.

1.1.2.6. $\mathrm{W}(\alpha, \beta)$- распределение Вейбулла:

$$\mathrm{f}(x) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right],\ \ x > 0,\ \ \alpha, \beta > 0.$$

$$\bar{x} = \beta\Gamma(1/\alpha + 1);\ \ D_x = \beta^2\left[\Gamma(2/\alpha + 1) - (\Gamma(1/\alpha + 1))^2\right];$$

$\Gamma(x)$- гамма-функция.

При $\alpha = 1$ распределение Вейбулла является показательным законом с параметром $\lambda = 1/\beta$.

Алгоритм моделирования $\mathrm{W}(\alpha, \beta)$:

$$x = \beta(-\ln r)^{1/\alpha}. \qquad (15)$$

1.1.2.7. $\mathrm{LN}(\bar{y}, \sigma_y)$- логарифмически нормальное распределение:

$$\mathrm{Y} = \ln X,\ \text{где}\ \mathrm{Y} \to \mathrm{N}(\bar{y}, \sigma_y).\ \text{Тогда}\ \mathrm{X} \to \mathrm{LN}(\bar{y}, \sigma_y);$$

$$\bar{x} = e^{\bar{y} + \sigma_y^2/2};\ \ D_x = e^{2\bar{y} + \sigma_y^2}(e^{\sigma_y^2} - 1).$$

$$x = e^y,\ \ y \to \mathrm{N}(\bar{y}, \sigma_y). \qquad (16)$$

1.1.2.8. BS(α,β)- распределение Бирнбаума-Саундерса [5]:

$$f(x)=\frac{\beta x+\alpha}{2\sqrt{2\pi x^3}}\exp[-\frac{(\alpha-\beta x)^2}{2\sqrt{x}}], x>0, \quad \alpha,\beta>0.$$

$$\overline{x}=\alpha/\beta+1/(2\beta^2);\; D_x=\alpha/\beta^3+5/(4\beta^4).$$

Алгоритм моделирования BS(α,β):

$$x=\frac{\alpha}{\beta}+\frac{1}{2}\left(\frac{z}{\beta}\right)^2+\frac{z}{\beta}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}+\frac{1}{4}\left(\frac{z^2}{\beta}\right)},\; Z\to \mathrm{N}(0,1). \qquad (17)$$

1.1.2.9. Усеченные законы

$$f_u(x)=c f(x) \quad, a<x<b;$$

$$c=\left[\int_a^b f(x)dx\right]^{-1}$$ - константа усечения.

Методы моделирования делятся на две группы:

1) моделируются СВ с законом $f(x)$ и затем отбираются те значения, которые попадают в интервал (a,b) ;

2) используется стандартный подход, связанный с решением основного уравнения (1).

а) UN $(\overline{y},\sigma_y)$- усеченный на $(0,\infty)$ нормальный закон , $y\to N(y^- ,\sigma_y)$:

$$\overline{x}=\overline{y}+\frac{c\sigma_y}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{\overline{y}^2}{2\sigma_y^2}); c=[1-\Phi_0(-\frac{\overline{y}}{\sigma_y})]^{-1},$$

$\phi_0(x)$- интеграл вероятности.

Используется 1-й подход, когда $x=y$ при $y>0$.

б) UP (λ) - усеченный на (a,b) показательный закон:

$$\overline{x}=\frac{1}{\lambda}+b-\frac{b-a}{1-\exp[-\lambda(b-a)]}.$$

Используя 2-ой подход получим

$$x=-\ln[re^{-\lambda b}+(1-r)e^{-\lambda a}]/\lambda,\; a<x<b. \qquad (18)$$

1.1.2.10. Функциональное преобразование СВ

$$Y = \varphi(X), \;\; X \to \mathrm{F}(x).$$

Методы моделирования делятся на две группы:

1) моделируется значение СВ с законом $\mathrm{F}(x)$, которое затем преобразуется как $y = \varphi(x)$ (этот подход используется при моделировании логнормального закона);

2) используется стандартный подход

$$\mathrm{F_y}(y) = r,$$

где

$$\mathrm{f_y}(y) = \mathrm{f}_x\,[\varphi_x^{-1}(y)]\left|\frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy}\right|. \qquad (19)$$

$\mathrm{U}(u)$-U -распределение

Пусть $y = \omega / x$, где $x \to \mathrm{UP}(\lambda)$, $\mathrm{c} < \mathrm{x} < \mathrm{d}$, $\omega = \mathrm{const}$. Учитывая (19), имеем

$$\mathrm{f_y}(y) = K\; Uy^{-2}e^{-u/y}, \;\; a < y < b, \qquad (20)$$

$$K = [e^{-u/b} - e^{-u/a}]^{-1}, \;\; a = \omega / d; \;\; b = \omega / c; \;\; U = \omega\lambda.$$

$\tilde{y} \approx \omega\sum_{i=1}^{n} x_i^{-1} / n, x_i \to \mathrm{UP}(\lambda)$ на интервале (c, d);

n- объем выборки, обеспечивающий заданную точность ε. Закон (20) назовем U- распределением. Алгоритм его моделирования

$$x = U / [-\ln(re^{-u/b} + (1-r)e^{-u/a})]. \qquad (21)$$

1.1.2.11. Дискретный случай

а) Пусть задан закон распределения $(x_i, p_i), i = 1,2,\ldots,n.$ Тогда

$$x = x_i, \qquad (22)$$

где номер i определяется из неравенства

$$\sum_{u=1}^{i-1} p_u < r \le \sum_{u=1}^{i} p_u.$$

б) Биномиальное распределение

Моделируются $r_1, r_2, \ldots, r_n$;

$$k = \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad k = 0,1,\ldots,n, \qquad (23)$$

где $x_i = 1$, если $r_i < P$ и $x_i = 0$, если $r_i \geq P; P$ - вероятность успеха.

в) Распределение Пуассона

Моделируются $r_1, r_2, \ldots$ до тех пор, пока

$$\prod_{i=1}^{k+1} r_i < e^{-\lambda} \leq \prod_{i=1}^{k} r_i, \quad k = 0,1,2,\ldots. \qquad (24)$$

1.1.3. Некоторые численные методы

1.1.3.1. Определение гамма-функции [6]

$$\Gamma(1+x) = (\ldots(b_8 x + b_7)x + b_6)x + b_5)x + b_4)x + b_3)x + b_2)x + b_1)x\,10^{-8} + 1,$$
$$0 \leq x \leq 1;$$

$b_1 = -57719165;\ b_2 = 98820589;\ b_3 = -89705694;\ b_4 = 91820688;$
$b_5 = -75670408;\ b_6 = 48219934;\ b_7 = -19352782;\ b_8 = 3586835.$

При $x > 1$ $\Gamma(1+x) = x\,\Gamma(x)$. Например,

Г(4,6)=Г(1+3,6)=3,6*Г(1+2,6)=3,6*2,6*1,6*Г(1+0,6).

При x<1 Г(x)=Г(1+x)/x, например, Г(0,4)=Г(1+0,4)/0,4.

1.1.3.2. Определение интеграла вероятности [6]

$$\text{ф}_0(x) = 1 - \varphi(x)(a_1 b + a_2 b^2 + a_3 b^3 + a_4 b^4 + a_5 b^5), \quad x > 0;$$
$$\varphi(x) = \exp(-x^2/2)/\sqrt{2\pi}; \quad b = 1/(1+0{,}2316419x);$$
$$a_1 = 0{,}31938153; \quad a_2 = -0{,}35656378; \quad a_3 = 1{,}7814779;$$
$$a_4 = -1{,}821256; \quad a_5 = 1{,}3302774.$$

1.1.3.3. Решение нелинейных уравнений [7]

При определении параметров распределений по числовым характеристикам $(\bar{x}, D_x)$ необходимо решить систему нелинейных уравнений. Для некоторых распределений эта система имеет аналитическое решение, а для других необходимо использовать численные методы. Наиболее простым, в случае уравнения с одним неизвестным, является метод половинного деления:

1) находим интервал (a,b) в котором находится искомый корень x_0;

2) делим отрезок пополам до тех пор, пока не выполнится условие $(b_n - a_n) < \varepsilon$, где ε-заданная точность; n - номер итерации; $x_n = (b_n + a_n)/2;$ $a_n = x_n$, либо $b_n = x_n$ по совпадению знаков функции $\varphi(x)$.

Если уравнение имеет вид

$$\varphi(x) = 0,$$

то должно выполняться условие

$$\varphi(a_n)\varphi(b_n) < 0.$$

Для решения системы нелинейных уравнений можно рекомендовать метод простых итераций [7], либо воспользоваться пакетом научных подпрограмм.

1.1.3.4. Численное интегрирование [7]

$$\mathrm{I} = \int_a^b \varphi(x)dx.$$

По методу Симпсона на n интервалах, где n-четно

$$I \approx \frac{b-a}{3n}[\varphi(x_0) + 4[\varphi(x_1) + \varphi(x_3) + \ldots + \varphi(x_{n-1})] + 2[\varphi(x_2) + \varphi(x_4) + \ldots + \varphi(x_{n-2})] + \varphi(x_n)];$$

$$x_0 = a;\ \ x_n = b;\ \ x_i = x_{i-1} + (b-a)/n,\ \ i = \overline{1, n-1}.$$

Для оценки точности интегрирования можно воспользоваться правилом Рунге или первоначально определить число интервалов n, обеспечивающее заданную точность.

1.2. ЗАДАНИЯ И ВАРИАНТЫ

При описании заданий **n** всегда объем выборки.

1.2.1. Задания 1-4

Пусть СВ

$$Y = \max(X_1, X_2, \ldots, X_m), \qquad (25)$$

тогда при одинаковых законах для $X_i \to \mathrm{F_x}(x)$ функция распределения

$$\mathrm{F_y}(y) = \mathrm{F_x^m}(y).$$

Если СВ

$$Y = \min(X_1, X_2, \ldots, X_m), \qquad (26)$$

то

$$\mathrm{F_y}(y) = 1 - [1 - \mathrm{F_x}(y)]^m.$$

Необходимо:

а) найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение СВ Y при известном законе $\mathrm{F_x}(x)$;

б) промоделировать СВ Y при заданном законе $\mathrm{F_x}(x)$ и определить $\tilde{y}, S_y^2, S_y$. Объем выборки должен обеспечивать заданную точность ε при оценке математическое ожидания $\bar{y}$;

в) промоделировать СВ Y при заданном законе $\mathrm{F_x}(x)$, определить $\tilde{y}, S_y^2, S_y$ и построить гистограмму на k интервалах.

Варианты:

1.

$$Y \to (25);\ \ a, б:\ \ m = 6,\ \ X_i \to \mathrm{R}(0, b),\ \ b = 4,\ \ \varepsilon = 2\%;$$

$$в:\ \ n = 500,\ \ k = 10,\ \ m = 2,\ \ X_1 \to \mathrm{W}(3,2),$$

$$\mathrm{f}_2(x) = c\cos 2x,\ \ 0 < x < \pi/4.$$

2.

$$Y \to (25);\ \ a,б\!:\ \ m = 8,\ \ X_i \to \mathrm{R}(0,b),\ \ b = 3,\ \ \varepsilon = 1\%;$$

$$в\!:\ \ n = 800,\ \ k = 12,\ \ m = 2,\ \ X_1 \to \mathrm{UN}(1,3),$$

$$1 < x < 4, \mathrm{f}_2(x) = 2\exp(-4|x|), -\infty < x < \infty.$$

3.

$$Y \to (26);\ \ a,б\!:\ \ m = 8, X_i \to \mathrm{P}(\lambda),\ \ \lambda = 2.6,\ \ \varepsilon = 2\%;$$

$$в\!:\ \ n = 600,\ \ k = 8,\ \ m = 2,\ \ X_i \to \mathrm{UP}(3,2),$$

$$2 < \mathrm{x} < 4,\ \ \mathrm{f}_2(x) = c\sin 3x,\ \ 0 < x < \pi/3.$$

4.

$$Y \to (26);\ \ a,б\!:\ \ m = 7,\ \ X_i \to \mathrm{P}(\lambda),\ \ \lambda = 3.2,\ \ \varepsilon = 3\%;$$

$$в\!:\ \ n = 700,\ \ k = 10,\ \ m = 2,\ \ X_i \to \mathrm{E}(4, 3.1),$$

$$\mathrm{f}_2(x) = c\sin 3x,\ \ \pi/6 < x < \pi/3.$$

1.2.2. Задания 5-13

Пусть СВ Y имеет функциональную зависимость (25), тогда при $m \to \infty$ для одинаковых законов $\mathrm{F_x}(x)$ при условии, что их правый "хвост" неограничен и имеет вид экспоненты

$$\mathrm{F}(y) = \exp(-\exp(-(y-\alpha)/\beta)), \qquad (27)$$

$$\bar{y} = \alpha + 0.577\beta; \qquad \sigma = 1.283\beta\ .$$

Если Y имеет вид (26) и функция $\mathrm{F}(x)$ не ограничена слева, то

$$\mathrm{F_y}(y) = 1 - \exp(-\exp((y-\alpha)/\beta)); \qquad (28)$$

$$\bar{y} = \alpha - 0.577\beta; \qquad \sigma_y = 1.283\beta.$$

Если Y имеет вид (26), но $\mathrm{F_x}(x)$ограничена слева, то СВ Y имеет распределение близкое к закону Вейбулла $\mathrm{W}(y)$.

Необходимо:

а) промоделировать СВ Y при заданном законе $\mathrm{F_x}(x)$ и оценить: $\tilde{y}, S_y^2, S_y$. Определить математическое ожидание СВ X и убедиться, что полученное значение попадает в доверительный интервал при доверительной вероятности $\gamma = 0.95$. Объем выборки должен обеспечивать заданную точность ε при оценке математического ожидания $\overline{y}$;

б) методом моментов оценить параметры α и β. Создать генератор для случайной величины с использованием функции распределения (27) или (28) и проверить его. Убедиться, что математическое ожидание попадает в полученный доверительный интервал;

в) построить гистограмму частот для СВ Y, полученной в п. а), на k интервалах и, используя критерий χ^2, проверить гипотезу:

$\mathrm{F_y}(y) = \mathrm{A}(y)$ при уровне значимости q.

Варианты

5.

$Y \to (25)$, $\mathrm{A}(y) \to (27)$, $\varepsilon = 2\%$, $m = 150$, $k = 10$, $X_i \to \mathrm{G}(0.8, 1.5)$, $q = 0.05$.

6.

$Y \to (25)$, $\mathrm{A}(y) \to (27)$, $\varepsilon = 1\%$, $m = 100$, $k = 12$, $X_i \to \mathrm{LN}(3.2, 0.3)$, $q = 0.01$.

7.

$Y \to (25)$, $\mathrm{A}(y) \to (27)$, $\varepsilon = 2\%$, $m = 120$, $k = 8$, $X_i \to \mathrm{UN}(3.6, 2.8)$, $q = 0.05$.

8.

$Y \to (25)$, $\mathrm{A}(y) \to (27)$, $\varepsilon = 1\%$, $m = 80$, $k = 12$, $X_i \to \mathrm{UN}(2.3, 1.9)$, $q = 0.01$.

9.

$Y \to (26)$, $\mathrm{A}(y) \to \mathrm{W}(y)$, $\varepsilon = 2\%$, $m = 140$, $k = 12$,

$X_i \to \mathrm{BS}(\alpha, \beta)$(при $\overline{x} = 1.6, \sigma_x = 2.6$), $q = 0.05$.

10.

$Y \to (26),\ \ \mathrm{A}(y) \to \mathrm{W}(y),\ \ \varepsilon = 1\%,\ \ m = 90,\ \ k = 10,$

$X_i \to \mathrm{G}(6.1, 3.8), q = 0.01.$

11.

$Y \to (26),\ \ \mathrm{A}(y) \to \mathrm{W}(y),\ \ \varepsilon = 2\%,\ \ m = 120,\ \ k = 10,$

$X_i \to \mathrm{G}(2.4, 2.8), q = 0.05.$

12.

$Y \to (26),\ \ \mathrm{A}(y) \to (28),\ \ \varepsilon = 2\%,\ \ m = 100,\ \ k = 10,$

$X_i \to \mathrm{N}(3.2, 2.4), q = 0.05.$

При моделировании X использовать метод Тигроу (7).

13.

$Y \to (26),\ \ \mathrm{A}(y) \to \mathrm{W}(y),\ \ \varepsilon = 1\%,\ \ m = 100,\ \ k = 12,$

$X_i \to \mathrm{LN}(\alpha, \beta)$ при $\bar{x} = 6.4,\ \ \sigma_x = 2.6,\ \ q = 0.01.$

1.2.3. Задания 14-16

Провести анализ и сравнение генераторов СВ $X \to \mathrm{N}(0,1)$ по точности и времени моделирования выборки объема n. Для этого:

а) найти время моделирования для 1000 значений оценки числовых характеристик $\tilde{x}, S_x^2, S_x$ и доверительный интервал для математического ожидания $\bar{x}$ при доверительной вероятности γ;

б) найти оценку вероятности $\mathrm{P}(|x| > 3)$ и сравнить ее с теоретическим значением по Z -критерию;

в) сформировать вектор $\Omega = (\omega_k, k = \overline{1,6})$, где ω_k -относительная частота попадания СВ в k-й интервал (интервалы:(-3,-2); (-2,-1);...;(2,3)). Сравнить эти частоты с теоретическими вероятностями P_k, $k = \overline{1,6}$, по Z -критерию.

Выполнение пунктов а),б),в) провести для 3-х последовательностей $r \to \mathrm{R}(0,1)$, на основании которых и сделать выводы.

Варианты:

14. n=2000, сравнить генераторы (4),(5) и (7), γ=0.99.

15. n=2000, сравнить генераторы (5),(6) и (7), γ=0.95.

16. n=2000, сравнить генераторы (4),(6) и (7), γ=0.95.

1.2.4. Задания 17-19

Провести анализ и сравнение двух генераторов СВ $X \to \mathrm{UP}(x)$ по точности и времени моделирования выборки объема n.. Первый генератор использует формулу (18), а второй использует метод отбора. Необходимо:

а) найти время моделирования для 1000 значений оценки числовых характеристик $\tilde{x}, S_x^2, S_x$ и доверительный интервал для математического ожидания $\overline{x}$ при доверительной вероятности γ;

б) построить гистограмму частот на k интервалах и найти значение критерия χ^2;

в) построить гистограмму частот для функционального преобразования $y = \varphi(x)$ для заданного закона $\mathrm{f_x}(x)$.

Выполнение пунктов а) и б) провести для 3-х последовательностей $r \to \mathrm{R}(0{,}1)$, на основании которых и сделать выводы.

Варианты:

17. $n = 2000;\ \overline{x} = 2.4;\ a = 1.2;\ b = 6.4;\ k = 8;$

$\gamma = 0.99; y = \sqrt[3]{1 + x^2}, \mathrm{f_x}(x) = 1 - 0.4(2x - 1).\ \ 0 < x < 1.$

18. $n = 2500;\ \overline{x} = 3.6;\ a = 2.1;\ b \to \infty; k = 10;$

$\gamma = 0.95; y = \ln\sqrt{1 + x},\ \ \mathrm{f_x}(x) = c\sin 2x,\ \ 0 < x < \pi/2.$

19. $n = 3000;\ \overline{x} = 2.8;\ a = 0;\ b = 4.1;\ k = 12;$

$\gamma = 0.90;\ \ y = \exp[\sqrt[3]{1 + x^3}], \mathrm{f_x}(x) = c\cos x,\ \ 0 < x < \pi/2.$

1.2.5. Задания 20-23

Провести анализ и сравнение двух генераторов СВ $X \to \mathrm{B}(\alpha, \beta)$ по точности и времени моделирования выборки объема n. Первый генератор использует формулу (13), а второй (14). Необходимо:

а) найти время моделирования для 1000 значений, оценки числовых характеристик $\tilde{x}, S_x^2, S_x$ и доверительный интервал для математического ожидания $\bar{x}$ при доверительной вероятности γ;

б) построить гистограмму частот на k-интервалах и найти значение критерия χ^2;

Выполнение пунктов а) и б) провести для 3-х последовательностей $r \to \mathrm{R}(0,1)$, на основании которых и сделать выводы;

в) построить гистограмму частот для функционального преобразования $y = \varphi(x)$ для заданного закона $\mathrm{f_x}(x)$.

Варианты:

20. $n=2400;\ \alpha=1.2;\ \beta=6.8;\ a=1;\ b=4;\ k=10;$

$\gamma=0.99; y=\sqrt[3]{2+\ln(x)}, \mathrm{f_x}(x)=cx^2,\ 0<x<1.$

21. $n=2400;\ \alpha=6.1;\ \beta=0.8;\ a=0;\ b=2; k=12;$

$\gamma=0.95; y=\sqrt{|\ln(\sqrt{x})|},\ \mathrm{f_x}(x)=ce^{-2x},\ x>0.$

22. $n=2400;\ \alpha=3;\ \beta=3;\ a=0; b=1;\ k=12;$

$\gamma=0.99;\ y=\sqrt[4]{1+\exp(\sqrt{x})}, \mathrm{f_x}(x)=c,\ 0<x<2;$

23. $n=2400;\ \alpha=0.8;\ \beta=4.2;\ a=2.1;\ b=6.4;\ k=10;$

$\gamma=0.95;\ y=\sqrt{1+\exp[\sqrt{1+x^2}]},\ \mathrm{f_x}(x)=cX,\ 0<x<1.$

1.2.6. Задания 24-30

СВ K имеет биномиальное распределение с вероятностью успеха р, $0 \le k \le m$.

Необходимо:

а) моделируя СВ K оценить вероятность ее попадания в интервал $(n_1, n_2]$. Найти доверительный интервал для этой вероятности при доверительной вероятности $\gamma=0.95$;

б) найти эту вероятность, используя аппроксимацию Муавра-Лапласа и Пуассона. Провести сравнение с предыдущей оценкой по Z - критерию;

в) оценить эту вероятность моделированием, считая, что:

1) K имеет нормальный закон;

2) K имеет распределение Пуассона;

(объем выборки в п. а) и в) равен **n**).

Варианты:

24. $n=400;\ m=120;\ p=0.4;\ n_1=40;\ n_2=60.$

25. $n=500;\ m=150;\ p=0.6;\ n_1=80;\ n_2=100.$

26. $n=400;\ m=120;\ p=0.1;\ n_1=10;\ n_2=30.$

27. $n=500;\ m=150;\ p=0.05;\ n_1=5;\ n_2=10.$

28. $n=400;\ m=150;\ p=0.2;\ n_1=15;\ n_2=30.$

29. $n=400;\ m=120;\ p=0.5;\ n_1=60;\ n_2=80.$

30. $n=500;\ m=100;\ p=0.9;\ n_1=80;\ n_2=90.$

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА “МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ”

Лабораторная работа предназначена для закрепления методов моделирования систем массового обслуживания трех основных классов: без очереди, с очередью, с ограниченной очередью. При выполнении этой работы используются навыки, полученные в предыдущей лабораторной работе. Лабораторная работа включает в себя работы 2 и 3 рабочей программы.

2.1. КОМПОНЕНТЫ СМО И ОБОЗНАЧЕНИЯ

В системах массового обслуживания (СМО) выделяют пять компонент:

а) входной поток;

б) дисциплина очереди;

в) дисциплина обслуживания;

г) система обслуживания;

д) выходной поток.

Введем такие обозначения:

n - число обслуживающих приборов;

m - размер накопителя (очереди);

λ - интенсивность входного потока;

μ - интерактивность обслуживания;

$\alpha=\lambda/\mu$;

$E=(E_o,\ E_1,\dots,\ E_k,\dots,\ E_s)$ множество состояний, (состояние E_k - в системе находится k заявок);

$P_k=P(E_k)$ - вероятность того, что в системе находится k заявок, $\sum\limits_k P_k = 1$.

Показатели эффективности СМО:

A – пропускная способность;

$P_{отк}$ – вероятность отказа в обслуживании;

$P_{оч}$ – вероятность появления очереди;

$\overline{n}$ – среднее число занятых приборов;

$\overline{m}$ – среднее число заявок в очереди;

$\overline{N}$ – среднее число заявок в системе;

$\overline{t}_{оч}$ – среднее время нахождения заявки в очереди;

$\overline{t}_{c}$ – среднее время нахождения заявки в системе.

Обозначения для моделирования:

T_1, T_2, T_3- время поступления заявки в систему, время начала обслуживания и время окончания обслуживания;

$T_P(i)$ – время освобождения i - го прибора;

$$T_{MIN} = min\ TP(i); \tag{29}$$

I_{MIN} – значение индекса i для которого выполняется (29);

NT – число заявок, которые надо промоделировать;

$T_o(J)$ – время начала обслуживания J-ой заявки, $J = \overline{1, MI}$.

2.2. ОСНОВНЫЕ КЛАССЫ СМО

2.2.1. A/B/n/0

Алгоритм моделирования:

1. Ввод данных;
2. Инициализация модели;
3. Цикл по $j = \overline{1, NT}$;
4. $T_1=T_1+t,\ t \rightarrow F_a(t)$;
5. T_{MIN}, I_{MIN};
6. Если $T_1 \geq T_{MIN}$, то 7, иначе 9;
7. $T_2= T_1$;

8. Подсчет простоев каналов, переход на 10;
9. Подсчет числа отказанных заявок, переход на 12;
10. $T_3=T_2+t,\ t \to F_b(t)$;
11. $T_P(I_{MIN})=T_3$, подсчет времени нахождения заявки в системе;
12. $j \le NT \to 4$, *иначе* 13;
13. Обработка статистики и выдача результатов.

Случай M/M/n/0

$S=n+1$;

$$P_k = \frac{\alpha^k}{k!} P_0,\ k = \overline{1,n},\ P_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{\alpha_k}{k!}\right)^{-1}.$$

$$P_{отк} = P_n = \frac{\alpha^n}{n!} P_0;\ A = \lambda\left(1 - P_{отк}\right) = \overline{n}\mu;\ \overline{n} = \alpha\left(1 - P_{отк}\right);\ \bar{t}_c = \frac{\overline{n}}{\lambda}.$$

2.2.2. A/B/n/ ∞

Алгоритм моделирования:

1. Ввод данных;
2. Инициализация модели;
3. Цикл по $j = \overline{1, NT}$;
4. $T_1=T_1+t,\ t \to F_a(t)$;
5. T_{MIN}, I_{MIN};
6. Если $T_1 \ge T_{MIN}$, то 7, иначе 9;
7. $T_2= T_1$;
8. Подсчет простоев каналов, переход на 10;
9. $T_2=T_{MIN}$, подсчет времени нахождения заявки в очереди.
10. $T_3=T_2+t,\ t \to F_b(t)$;
11. $T_P(I_{MIN})=T_3$, подсчет времени нахождения заявки в системе;
12. $j \le NT \to 4$, *иначе* 13;
13. Обработка статистики и выдача результатов.

Случай M/M/n/∞

S=∞

$$P_k = \frac{\alpha^k}{k!} P_0, \ k = \overline{1,n}; \ P_k = \frac{\alpha^k}{n! n^{k-n}} P_0, \ k > n;$$

$$P_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{\alpha_k}{k!} + \frac{\alpha^{n+1}}{n!(n-\alpha)}\right)^{-1}.$$

$$P_{оч} = 1 - \sum_{k=0}^{n-1} P_k;$$

$$\overline{n} = \alpha; \ \overline{m} = \frac{\alpha P_n}{n-\alpha}; \ \overline{N} = \overline{n} + \overline{m}; \ A = \lambda; \ \bar{t}_{оч} = \frac{\overline{m}}{\lambda}; \ \bar{t}_c = \frac{\overline{N}}{\lambda}.$$

2.2.3. A/B/n/m

Алгоритм моделирования:

1. Ввод исходных данных;
2. Инициализация модели;
3. Цикл по $j = \overline{1, NT}$;
4. $T_1=T_1+t, \ t \to F_a(t)$;
5. T_{MIN}, I_{MIN};
6. Если $T_1 \geq T_{MIN}$, то 7, иначе 9;
7. $T_2= T_1$;
8. Подсчет простоев каналов, переход на 18;
9. $MI=m$: нет – 10, да – 12;
10. $MI=MI+1$;
11. $T_o(MI)=T_{MIN}$; переход на 17;
12. $PM=0;$
13. $l=1,2…m;$

    Если $T_O(l)<T_1$, то $PM=PM+1$;
14. Если $PM=0$, то подсчет числа отказанных в обслуживании заявок и переход на 20; иначе 15;
15. $l=1,2…m-PM$

$T_O(l)= T_O(l +PM)$;

16.$MI=MI-PM$;

17.$T_2=T_{MIN}$. Подсчет времени нахождения заявки в очереди;

18. $T_3=T_2+t,\ t\rightarrow F_b(t)$. Подсчет времени нахождения заявки в системе;

19.$TP(I_{MIN})=T_3$

20.$j\leq NT\rightarrow 4$, иначе на 21;

21.Обработка статистики и выдача результатов.

Случай M/M/n/m

$S=n+m+1$.

$$P_k = \frac{\alpha^k}{k!} P_0,\ k = \overline{1,n};$$

$$P_{n+s} = \frac{\alpha^k}{n!}\left(\frac{\alpha}{n}\right)^s P_0,\ l \leq s \leq m;$$

$$P_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{\alpha_k}{k!} + \frac{\alpha^n}{n!}\sum\left(\frac{\alpha}{n}\right)^s\right)^{-1}.$$

$$A = \lambda(1 - P_{отк}) = \mu \cdot \overline{n};$$

$$\overline{n} = \alpha(1 - P_{отк});$$

$$\overline{m} = \sum_{s=1}^{m} P_{n+s};\ \overline{N} = \overline{n} + \overline{m};$$

$$\bar{t}_{оч} = \frac{\overline{m}}{\lambda};\ \bar{t}_c = \frac{\overline{N}}{\lambda}.$$

2.3. СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Создать моделирующую программу для заданного варианта СМО.
2. Оценить показатели эффективности.
3. Определить значения параметров λ и μ: $\lambda = \frac{1}{\bar{t}_з}$; $\mu = \frac{1}{\bar{t}_{обс}}$,

где $\bar{t}_з$ - среднее время между заявками для заданного закона $F_a(t)$; $\bar{t}_{обс}$ - среднее время обслуживания для заданного закона $F_b(t)$.

4. Промоделировать свой вариант при условии, что $F_a(t)$ и $F_b(t)$ имеют показательный закон с параметрами λ и μ.
5. Провести верификацию ИМ по заданному показателю эффективности (использовать результаты моделирования, полученные в п.2 и п.4).
6. Рассчитать аналитически вероятности состояний и показатели эффективности при вычисленных в пункте 3 λ и μ. Убедиться, что $\sum_k P_k = 1$.
7. Число заявок NT должно обеспечить заданную точность оценки основного показателя эффективности, который указан в задании, ε=2%.
8. Необходимо отсечь переходный период.

2.4. ВАРИАНТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

№	$F_a(t)$	$F_b(t)$	n	m	Показатель эффективности
1	UN	LN	4	0	$P_{отк}$
2	W	G	6	0	$\bar{t}_c$
3	BS	UP	5	0	$P_{отк}$
4	LN	W	8	0	$\bar{t}_c$
5	UP	G	7	0	$P_{отк}$
6	B	W	5	0	$\bar{t}_c$
7	U	G	4	0	$P_{отк}$
8	LN	U	6	0	$\bar{t}_c$
9	UN	LN	4	∞	$\bar{t}_c$
10	W	G	6	∞	$\bar{t}_{оч}$

11	BS	UP	7	∞	$\bar{t}_c$
12	LN	W	5	∞	$\bar{t}_{оч}$
13	G	UP	6	∞	$P_{оч}$
14	W	B	5	∞	$P_{оч}$
15	G	U	6	∞	$\bar{t}_c$
16	U	LN	8	∞	$P_{оч}$
17	LN	UN	4	2	$P_{отк}$
18	G	W	6	3	$\bar{t}_{оч}$
19	UP	BS	8	2	$P_{отк}$
20	W	LN	7	3	$\bar{t}_{оч}$
21	UP	G	3	4	$\bar{t}_c$
22	B	W	5	3	$\bar{t}_c$
23	U	G	6	4	$\bar{t}_{оч}$
24	LN	U	4	2	$P_{отк}$

Пояснения к лабораторной работе:

1) параметры законов распределения выбрать самим;
2) значения параметров должны обеспечивать практически интересные результаты (статистически значимые значения $P_{отк}$, сбалансированность между загрузкой приборов и очередью и т.д.).

3) обозначения законов:

W – Вейбулла;

LN – логарифмический нормальный;

UN – усечённый нормальный;

UP – усечённый показательный;

G – гамма;

B – бета;

BS – Бирибаума-Саундерса;

U – U-распределение.

4) алгоритмы моделирования этих законов взять из предыдущей лабораторной работы.

3. КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

(Варианты тем и задания)

Обозначения для законов распределения: W - Вейбулла; LN - логарифмический нормальный; UN - усечённый нормальный; UP - усечённый показательный; G – гамма; B - бета; BS - Бирнбаума-Саундерса; U – U-распределение; R - равномерный; P - показательный.

Значения параметров законов распределения выбрать самим, но они должны обеспечить практически интересный результат. Алгоритмы моделирования СВ взять из первой лабораторной работы.

При оформлении курсового проекта на титульном листе необходимо указать тему работы и номер варианта. На следующем листе необходимо изложить задание и исходные данные.

3.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТС С ОТКАЗАМИ

Описание системы

Технологическая система (ТС) рассматривается как одноканальная СМО A/B/1/m. Заявки, поступающие на обслуживание, попадают в накопитель, вмещающий m заявок, а затем по дисциплине FIFO они обслуживаются.

Входной поток описывается законом $F_a(t)$.

Обслуживание осуществляется в две фазы:

a) подготовка (наладка) ТС к обслуживанию: $t_n \rightarrow F_n(t)$;

b) обслуживание: $t_o \rightarrow F_o(t)$.

В конце обслуживания с вероятностью p может произойти отказ ТС, после чего она восстанавливается в течение времени t_b: $t_b \rightarrow F_b(t)$.

Задание:

1. Создать моделирующую программу и убедиться в её достоверности.

2. Получить статистические данные по времени нахождения заявок в очереди, построить гистограмму относительных частот и оценить числовые характеристики (найти точечные и интервальные оценки). Убедиться, что время моделирования обеспечивает практически необходимую точность.

3. Оценить среднюю загрузку ТС (суммарное время наладки и обслуживания отнесенное ко времени моделирования).

4. Проверить гипотезу об однородности результатов имитационного моделирования по критерию Краскела-Уоллеса (по времени нахождения заявки в системе). Число групп k=8.

5. Проверить чувствительность функционирования ТС к законам распределения при условии, что у каждого фактора математические ожидания совпадают. Например, фактор – время обслуживания: (+) - UN; (-) - B. Параметры законов UN и B надо выбрать так, чтобы $\overline{t}_{UN} = \overline{t}_{B}$.

Проверку чувствительности провести по плану 2^{4-1}, репликация равна двум (проверить гипотезу об однородности дисперсий). В качестве показателя эффективности используется время нахождения заявки в системе.

Варианты:

а) Основной:

№	$F_a(t)$	$F_n(t)$	$F_o(t)$	$F_b(t)$	m	p
1.1	W	UN	UP	B	4	0,2
1.2	BS	U	LN	UN	5	0,1
1.3	G	W	U	UP	6	0,3
1.4	UN	UP	W	BS		

б) для пункта 5:

№	Уровни	$F_a(t)$	$F_n(t)$	$F_o(t)$	$F_b(t)$
1.1	+	W	UN	UP	B
	-	UN	UP	B	W
1.2	+	BS	U	LN	UN
	-	UN	LN	BS	U
1.3	+	G	W	U	UP
	-	UP	G	W	U
1.4	+	UN	UP	W	BS
	-	UP	UN	BS	W

в) Для первого варианта используется алгоритм моделирования СМО, а для второго варианта - событийный подход. Для третьего и четвёртого вариантов подход моделирования выбирает преподаватель;

г) Число вариантов может быть увеличено за счет системы программирования.

3.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ БАНКА С ОДНИМ КАССИРОМ

Описание системы

Работа банка с одним кассиром рассматривается как СМО A/B/1/∞. Входной поток описывается законом $F_a(t)$, а время обслуживания $F_b(t)$.

С вероятностью p после m обслуживаний (m – дискретная СВ) кассир может заболеть на время t_o: $t_o \rightarrow F_o(t)$.

Задание:

1. Создать моделирующую программу и убедиться в её достоверности.
2. Получить статистические данные по времени нахождения клиента в банке, построить гистограмму относительных частот и оценить числовые характеристики (найти точечные и интервальные оценки). Убедиться, что время моделирования обеспечивает практически необходимую точность.
3. Оценить среднюю загрузку кассира (суммарное время обслуживания отнесенное ко времени моделирования).
4. Оценить вероятность попадания клиента в очередь. Найти доверительный интервал для этой вероятности.
5. Оценить числовые характеристики для времени нахождения клиента в очереди. Для математического ожидания найти доверительный интервал.
6. Проверить гипотезу об однородности результатов имитационного моделирования по критерию Краскела-Уоллеса (по времени нахождения заявки в очереди). Число групп k=10.
7. Найти регрессионную зависимость:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_3 z_3,$$

где $\hat{y}$ - среднее время нахождения клиента в банке;

z_1, z_2, z_3 - математические ожидания времени между клиентами во входном потоке, времени обслуживания, времени болезни.

Использовать план 2^3, репликация равна двум (проверить гипотезу об однородности дисперсий).

8. Проверить значимость коэффициентов уравнения регрессии и его адекватность.

Варианты:

№	$F_a(t)$	$F_b(t)$	$F_o(t)$	p
2.1	BS	UN	W	0,2
2.2	UP	U	LN	0,1
2.3	B	G	UN	0,2
2.4	UN	BS	UP	0,3

Для первого варианта используется алгоритм моделирования СМО, а для второго варианта - событийный подход. Для третьего и четвёртого вариантов подход моделирования выбирает преподаватель. Исходные данные для моделирования СВ m для всех вариантов одинаковые:

m	4	5	6	7
q	0,2	0,3	0,3	0,2

3.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТОВОГО МАГАЗИНА

Описание системы

Моделируется работа оптового магазина со следующим процессом функционирования. Клиенты поступают в магазин через интервал t, $t \rightarrow F_a(t)$. Далее в течении времени t_o они (клиенты) готовят заказ: $t_o \rightarrow F_o(t)$. Клиентов обслуживает n продавцов, обслуживание 3-х фазное:

- подготовительное время (t_n), $t_n \rightarrow F_n(t)$;
- время подбора товаров по заявке (t_p) (зависит от размера заказа);
- время выдачи заказа (t_b), $t_b \rightarrow F_b(t)$.

Размер заказа m является дискретной СВ, $t_p = m \cdot t_1$, $t_1 \rightarrow F_1(t)$.

Задание:

1. Создать моделирующую программу и убедиться в её достоверности.
2. Получить статистические данные по времени нахождения клиента в магазине, построить гистограмму относительных частот и оценить числовые характеристики (найти точечные и интервальные оценки). Убедиться, что время моделирования обеспечивает практически необходимую точность.
3. Оценить вероятность попадания клиента в очередь. Найти доверительный интервал для этой вероятности.
4. Оценить среднюю загрузку продавцов (суммарное время обслуживания с учетом его трех фазности ко времени моделирования).
5. Проверить гипотезу об однородности результатов имитационного моделирования по критерию Краскела-Уоллеса (по времени нахождения клиента в магазине). Число групп k=7.
6. Проверить чувствительность функционирования магазина к законам распределения при условии, что у каждого фактора математические ожидания совпадают(см. первый раздел курсового проекта, пункт 5).

Проверку чувствительности провести по плану 2^3, репликация равна двум (проверить гипотезу об однородности дисперсий). В качестве показателя эффективности использовать время нахождения клиента в магазине.

Варианты:

а) Основной:

m	2	3	4	5
q	0,3	0,3	0,2	0,2

№	$F_a(t)$	$F_o(t)$	$F_n(t)$	$F_1(t)$	$F_b(t)$	n
3.1	UN	W	R	LN	p	3
3.2	W	G	R	U	p	4
3.3	UP	B	R	UN	p	3
3.4	U	LN	R	BS	p	4

б) для пункта 6:

№	Уровни	$F_a(t)$	$F_o(t)$	$F_1(t)$
3.1	+	UN	W	LN
	-	LN	UN	W
3.2	+	W	G	U
	-	U	W	G
3.3	+	UP	B	UN
	-	UN	UP	B
3.4	+	U	LN	BS
	-	BS	U	LN

в) Для первого варианта используется алгоритм моделирования СМО, а для второго варианта - событийный подход. Для третьего и четвёртого вариантов подход моделирования выбирает преподаватель.

3.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ АЗС

Описание системы

На автозаправочной станции (АЗС) имеется n бензоколонок (БК). Перед каждой АЗС имеется полоса для автомашин. Автомобили прибывают через интервал t, $t \rightarrow F_a(t)$. Технология выбора БК следующая:

1) по минимальной очереди;
2) при одинаковой очереди по минимальному номеру;

3) если все места заняты , то автомобиль покидает АЗС.

Обслуживание занимает время τ, $\tau \to F_b(t)$.

Задание:

1. Создать моделирующую программу и убедиться в её достоверности.
2. Получить статистические данные по времени нахождения автомобиля в очереди, построить гистограмму относительных частот и оценить числовые характеристики (найти точечные и интервальные оценки). Убедиться, что время моделирования обеспечивает практически необходимую точность.
3. Оценить среднюю загрузку БК (суммарное время обслуживания ко времени моделирования).
4. Оценить вероятность отказа в обслуживании автомобиля (найти точечную и интервальную оценки).
5. Проверить гипотезу об однородности результатов имитационного моделирования по критерию Краскела-Уоллеса (по времени нахождения автомобиля в очереди). Число групп k=9.
6. Проверить чувствительность функционирования АЗС к закону распределения $F_a(t)$ при условии, что математические ожидания у них совпадают.

Репликация равна трём (проверить гипотезу об однородности дисперсий). В качестве показателя эффективности использовать время нахождения автомобиля на АЗС.

Варианты:

а) Основной:

№	$F_a(t)$	$F_b(t)$	n

4.1	UN	G	4
4.2	U	B	5
4.3	UP	W	6
4.4	W	LN	8

б) для пункта 6:

№	$F_a(t)$			
	1	2	3	4
4.1	UN	W	B	LN
4.2	U	G	W	UN
4.3	UP	UN	G	U
4.4	W	U	B	UN

в) Для первого варианта используется алгоритм моделирования СМО, а для второго варианта - событийный подход. Для третьего и четвёртого вариантов подход моделирования выбирает преподаватель.

4. ЛИТЕРАТУРА

1. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982. 296 с.

2. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. М. : Мир, 1975. 504 с.

3. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука. М.: Мир, 1978. 424 с.

4. Прицкер А. Введение в имитационное моделирование и язык СЛАМ 2. М.: Мир,1987. 646 с.

5. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. М.: Радио и связь, 1988. 392 с.

6. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. М.: Наука, 1985. 224 с.

7. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРиложение 1

Приложение 2

ИМИТАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ
(Имитационное моделирование)
Методические указания
к лабораторным работам и курсовому проекту
(дневная и ускоренная формы обучения)

Состовитель: д.т.н., профессор

Юрий Мечеславович Краковский

ЛР N020262 от 10.11.96.

Подписано в печать 5.10.98. Формат 60*901/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. печ. Уч. Изд. л. Тираж 50 экз.

Заказ . УОП ИГЭА.

Издательство Иркутской государственной академии.

664015, Иркутск, ул. Ленина, 11.