**ОДУ первого порядка.**

Многие задачи естествознания приводят к составлению и исследованию дифференциальных уравнений.

**Задача:** С некоторой высоты сброшено тело, массой m. Установить по какому закону будет изменяться скорость v падения этого тела, если на него кроме силы тяжести, действует тормозящая сила сопротивления воздуха, пропорциональная скорости (с коэффициентом k), т.е. найти v=f(t).

Решение: По закону Ньютона F= ma , но , кроме того F=mg – kv → mg – kv = -дифференциальное уравнение относительно скорости v.

Определение 1. Дифференциальным уравнением (д.у.) называется уравнение, связывающее независимую переменную х, искомую функцию **y=f(x)** и ее производные y’, y”,…y(n), то есть

F(x, y, y’, y”,…y(n)) = 0

Если искомая функция у – функция одной независимой переменной, то уравнение называют обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ).

Определение 2. Порядком д.у. называют порядок наивысшей производной, входящей в это уравнение.

Уравнение y’ – 2xy2 – 5 =0 -первого порядка.

Уравнение yy” + (1 +lny)(y’)3 = 0 - второго порядка.

Уравнение yV =2(y” – 1) - пятого порядка.

Определение 3. Решением (интегралом) д.у. называется всякая функция у = f(х), которая обращает данное уравнение в тождество.

Определение 4. Общим решением ОДУ первого порядка называется функция **у =**  которая зависит от одной произвольной постоянной С и удовлетворяет условиям:

а) она удовлетворяет д.у. при любых конкретных С;

б) каково бы ни было начальное условие у = у0 при х = х0 можно найти такое С0, что удовлетворяет данному начальному условию.

При решении ОДУ часто получается соотношение Ф(х, у, С) = 0, не разрешенное относительно у. Решение в неявной форме называют общим интегралом д.у.

Определение 5. Частным решением д.у. первого порядка называют любую функцию , которая получается из общего решения при определенном значении С.

Задача нахождения частного решения д.у., соответствующего данному начальному условию называется **задачей Коши**.

Ф(х, у, С0)= 0 – частный интеграл.

Решить (проинтегрировать) д.у. это значит:

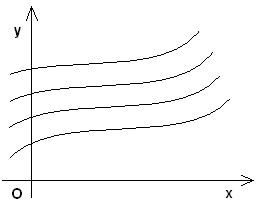
а) найти его общее решение (или интеграл);

б) найти частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям (если они есть).

При решении дифференциальных уравнений прибегают к интегрированию – решение находится с точностью до произвольной постоянной:

у/(х) = f(x) y = ∫ f(x)dx = F(x) + C - общее решение

Геометрически общее решение представляет собой множество интегральных кривых.

Чтобы из множества решений выделить одно (выделить кривую, проходящую через заданную точку) задают начальные условия:

у(х0) = у0.

***ОПР.*** Решение, которое удовлетворяет начальным условиям, называется решением *задачи Коши*.

**Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.**

1. Простейшие.

у/ = f(x) y = ∫ f(x)dx = F(x) + C

ПРИМЕРЫ.

1) у/ = 5х+3 у = ∫ (5х+3)dx = 5х2/2 + 3х + С

2) у/ = cos(x)+4 у = ∫ (cos(x)+4)dx = sin(x) + 4x + С

***ОПР.*** Дифференциальное уравнение 1-го порядка называется д.у. с *разделяющимися переменными*, если оно может быть представлено в виде: P1(x)Q1(y)dx + P2(x)Q2(y)dy = 0

*Метод решения:* обе части уравнения делим на P2(x)Q1(y) и почленно интегрируем:

***REM.*** При делении могут быть потеряны некоторые решения. Поэтому дополнительно проверяем, являются ли решениями дифференциального уравнения решения алгебраических уравнений P2(x) = 0 и Q1(y) = 0.

ПРИМЕРЫ.



Рассмотрим уравнение F(x, y, y’) = 0 или y’ =f(x, y).

При решении д.у. понадобятся свойства

**u,**

Рассмотрим уравнение

1.  **. Переменные???**

Чтобы проинтегрировать уравнение, необходимо разделить переменные так, чтобы каждое слагаемое зависело только от одной переменной. Дифференциал должен быть **только** в числителе.

**2.**

**3.**

**Примеры:**

1. **(1 + y2)xdx = (1 + x2)dy**

*- общий интеграл данного д.у.*

1. **tgx sin2ydx + ctgy cos2xdy =0**

tg2x – ctg2y = C.

Найти частное решение:

Разделяем переменные

*– общий интеграл данного д.у.*

***-***

*.у.*

**Самостоятельно:**

Найти общее решение:

1. (1 + y2)dx = (1 + x2)dy
2. xy(1 + x2)y’ = 1 + y2
3. x + xy + y’(y + xy) = 0
4. y – xy’ = 1 + x2y’

Найти частные решения:

1. или при х = 4, у = 1
2. y’tgx – y = 1 y