Векторы

1. **Вектор. Основные понятия.**

Величины, которые полностью определяются численным значением, называются **скалярными**. Примерами скалярных величин являются: *площадь, объем, температура, масса*.

Другие величины, например сила, скорость, ускорение, определяются не только своим числовым значением, но и направлением. Такие величины называют ***векторными***. Векторная величина геометрически изображается с помощью вектора.

[*Опр.*](http://www.nature.ru/db/msg.html?mid=1176034) ***Вектор* – направленный отрезок.**

**Характеризуется длиной и направлением.**

**А (начало), В (конец)**

***Обозначения.*** Векторы обозначают жирными строчными буквами или буквами с чертой или стрелкой наверху.

Вектор называется противоположным вектору и обозначается – ***a***.

***Длиной* вектора или *модулем* называется длина отрезка и обозначается .**

**Вектор, длина которого равна нулю, называется *нулевым* и обозначается** . Такой вектор направления не имеет. **Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным* и обозначается** . Единичный вектор, направление которого совпадает с направлением вектора ***а,*** называется *ортом* вектора ***а***.

[***Опр.***](http://www.nature.ru/db/msg.html?mid=1176034) **Векторы, лежащие на параллельных прямых, называются *коллинеарными* (могут быть направлены одинаково или противоположно).**

**- сонаправленные векторы; - противоположно направленные векторы.**

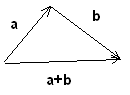
[***Опр.***](http://www.nature.ru/db/msg.html?mid=1176034) **Три вектора в пространстве называются *компланарными*, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.**

[***Опр.***](http://www.nature.ru/db/msg.html?mid=1176034)**Два вектора называются *равными*, если они имеют одинаковую длину и направления, то есть .**

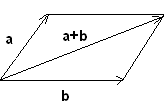
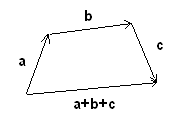
1. **Линейные операции над векторами**

**2.1. Сложение.**

***Суммой* называется вектор, который идет из начала вектора в конец вектора , при условии, что вектор b приложен к концу вектора а. Это правило сложения векторов называют *правилом треугольника*.**

****

Сумму двух векторов можно построить также по *правилу параллелограмма*:



Сумма трех

векторов:

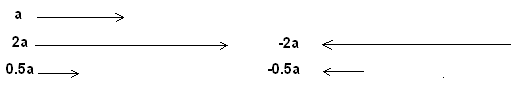
**2.3. Произведение вектора на число.**

**Геометрический смысл:**

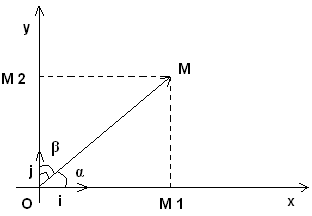
**При ׀k׀ > 1 вектор «растягивается» в k раз.**

**При ׀k׀ < 1 вектор «сжимается» в k раз.**

**При k < 0 вектор изменяет направление на противоположное.**

****

1. **Прямоугольная система координат на плоскости**

**Две взаимно перпендикулярные оси Ох и Оу, имеющие общее начало О и одинаковую масштабную единицу образуют *прямоугольную систему координат на плоскости*.**

**Ох – ось абсцисс, Оу – ось ординат, т.О – начало координат, Оху – координатная плоскость.**

**Выделим на координатных осях Ох и Оу единичные векторы (орты) i и j. Выберем произвольный вектор а на плоскости и совместим с началом координат: а = ОМ:**

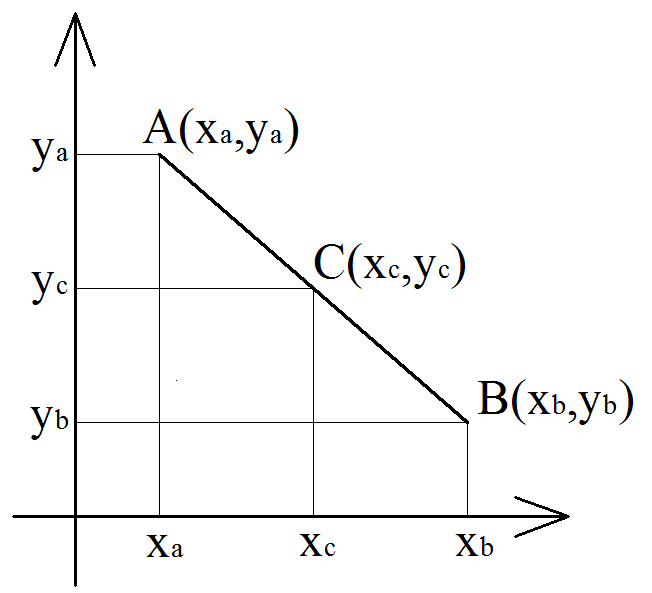
**Тогда: ׀ОМ1׀ = прха = ах ׀ОМ2 ׀ = пруа = ау**

**а = ОМ1 + ОМ2**

**Получим:**

**Координатами любого вектора называются его проекции на координатные оси. Это есть разложение вектора по ортам координатных осей.**

**По теореме Пифагора: - длина вектора в координатной форме.**



**Действия над векторами, заданными проекциями**

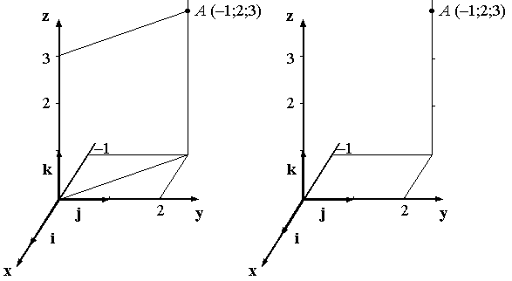
1. Координаты вектора
2. **Равенство векторов: , если х1 = х2 и у1 = у2**
3. Середина отрезка:
4. = ( х1 + х2; у1 + у2)
6. Векторы параллельны ( если их координаты пропорциональны:

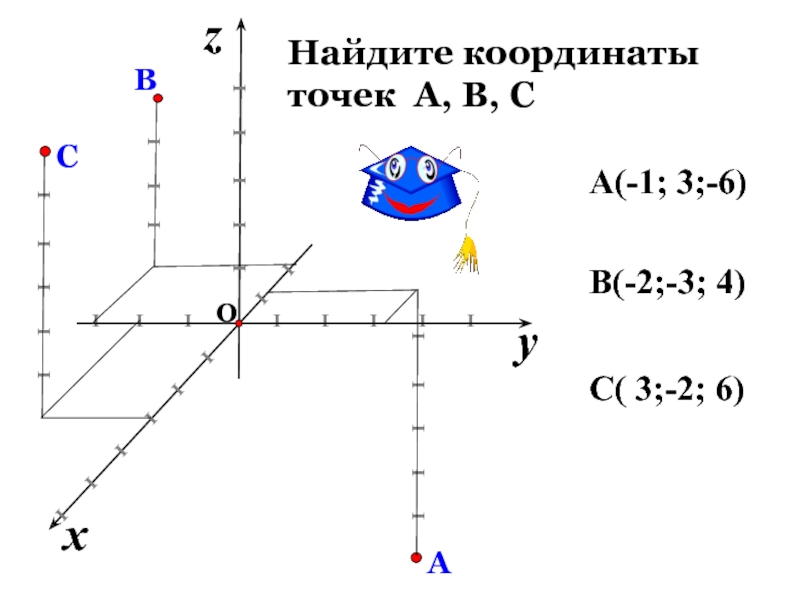
1. Скалярным произведением векторов называют произведение их длин на косинус угла между ними:

В координатной форме:

1. Если векторы перпендикулярны, то их скалярное произведение равно 0

В пространстве формулы те же самые, только добавляется третья координата.





**Пример**. Даны три точки А(4;-1;3), В(2;2;2) и С(1; -2;3). Построить точки в системе координат, определить: какая из точек находится выше (ниже) других, какая точка левее (правее), какая точка дальше (ближе). Найти координаты векторов , середину отрезка АС, найти вектор .

Решение: 1)

,

2) AM=MC

=

3)

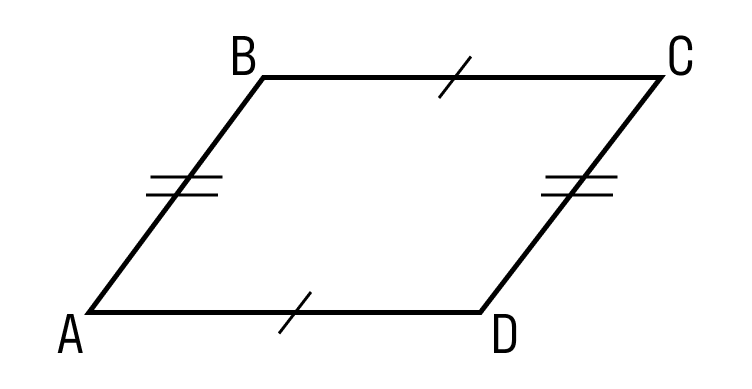
Значит векторы не перпендикулярны.

4) значит векторы не коллинеарны.

5) Если точки А, В, С, Д - вершины параллелограмма, то координаты точки Д(x,y,z) находим, используя равенство векторов (противолежащие стороны параллелограмма равны и параллельны)

, так как векторы равны, то их координаты тоже равны

Д(3; -5; 4) – искомая точка.



6) Даны точки А(3;-2;1) и В(-4;5;7). Точка В – середина отрезка АС, найти координаты точки С.

Так как АВ = ВС, то вектор , значит (-7; 7; 6) = (x+4; y-5; z-7)

X+4 = -7, а x = - 11, y – 5 = 7 , а y = 12, z – 7 = 6, а z = 13

C( - 11; 12; 13).

7) = (- 5; 2k; 3),  (2; 7; 8). При каком значении параметра к векторы перпендикулярны?

Векторы перпендикулярны, если их скалярное произведение = 0, то есть -5\*2+2к\*7+3\*8 = 0, значит 14к – 10 + 24 =0, 14к = - 14 и **к = - 1**

8) Даны точки А(-2; 5; 4), В( 2; 3 – к; 8). При каком значении параметра к расстояние между точками будет равно 6?

Решение:

= (2 – (- 2); 3 – к – 5; 8 – 4) = (4; - к – 2; 4)

Возводим обе части в квадрат

к + 2 = 2 **к = 0**

9) Известно, что и – единичные, взаимно перпендикулярные векторы.

Вычислить

Решение:

**Задания для самостоятельной работы**

1. Даны точки А(2; -2; 4), В(-4; 3; 5), С(1; 3; 1 ).
2. Отметить эти точки в системе координат в пространстве (линии построения должны быть видны)!
3. Найти координаты векторов, .
4. Найти вектор
5. Проверить коллинеарность и перпендикулярность векторов
6. Найти координаты середины отрезка АВ**.**
7. Если А, В, С, Д - координаты вершин параллелограмма, то найти координаты четвертой вершины Д**.**
8. Найти скалярное произведение векторов **.**