**Функции алгебры логики (ФАЛ) ( ознакомиться)**

**Логика –** наука, изучающая методы доказательств и опровержений(истина –ложь). Логика учит правильно рассуждать, делать выводы. В логике учитываются значения истинности.

Функцией алгебры логики от n переменных х1, х2, … хn называется любая функция f: , то есть функция которая произвольному набору нулей и единиц ставит в соответствие значение .

При работе с булевыми функциями происходит полное абстрагирование от содержательного смысла, который имелся в виду в алгебре высказываний.

Булевой функцией описываются преобразования некоторым устройством входных сигналов в выходные ( n входов на которые может подаваться или не подаваться ток, и один выход, на который ток подается или не подается в зависимости от подачи тока на входы. Значение , если ток на выход проходит. Например: операции хꓥу соответствует устройство с двумя входами и одним выходом. Значение выхода равно 1 только тогда, когда оба значения входа равны 1. Булева функция полностью определяется своей таблицей истинности.

В каждой строке таблицы вначале задается набор значений переменных, а затем – значения функции на этом наборе. Если булева функция f и формула имеют одну и ту же таблицу истинности, то говорят, что формула представляет функцию f.

Булева функция так же однозначно задается перечислением всех наборов, на которых она принимает значение 0, либо перечислением всех наборов, на которых она принимает значение 1.

**Пример**. Устройство фиксирует принятие некоторой резолюции «комитета трех». Каждый член комитета нажимает кнопку (если «за»). Резолюция принимается, если большинство согласно.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Y | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Z | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| f(x,y,z) | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

f(0,0,0)= f(0,0,1)= f(0,1,0)= f(1,0,0) = 0/

Вектором значений булевой функции называют упорядоченный набор всех значений функции.

Для данного примера вектор (0 0 0 1 0 1 1 1).

Так как всего имеется 2n наборов нулей и единиц, то существует ровно булевых функций от n переменных.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | A |  |  |  |  |
| 0 |  |  |  | 1 |  |  |  |  |
| 00 |  | 01 |  | 10 |  | 11 |  |  |
| 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |  |

Простейшим примером логической функции является функция одной переменной.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | F0(X) | F1(X) | F2(X) | F3(X) |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

F0(X) – константа 0, F1(X) – переменная Х,

F2(X) – инверсия Х, F3(X) – константа 1.

Функция двух переменных (16 штук)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х1 | Х2 | F0 | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 | F7 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | F8 | F9 | F10 | F11 | F12 | F13 | F14 | F15 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Свойства строгой дизъюнкции

1. А⊕А=0; 2. А⊕ 3. А⊕0= А 4. А⊕1=

|  |  |
| --- | --- |
| Функция | Название |
| F0(X1,X2)=0 | Константа 0 |
| F1(X1,X2)= X1\*X2 | Конъюнкция, логическое умножение |
| F2(X1,X2)= | Запрет по Х1, отрицание импликации. |
| F3(X1,X2)= X1 | Переменная Х1 |
| F4(X1,X2)= | Запрет по Х2, отрицание импликации. |
| F5(X1,X2)= X2 | Переменная Х2 |
| F6(X1,X2)=X1 ⊕X2 | Строгая дизъюнкция, логическая неравнозначность, сложение по модулю 2 |
| F7(X1,X2)= X1+X2 | Дизъюнкция, логическое сложение. |
| F8(X1,X2)= X1 X2 | Стрелка Пирса, Символ Лукашевича, отрицание дизъюнкции |
| F9(X1,X2)= X1 X2 | Эквивалентность, равнозначность |
| F10(X1,X2)= | Отрицание, инверсия Х2 |
| F11(X1,X2)= X2 | Импликация от Х2 к Х1 |
| F12(X1,X2)= | Отрицание, инверсия Х1 |
| F13(X1,X2)= X1 | Импликация от Х1 к Х2 |
| F14(X1,X2)= X1 │ X2 | Штрих Шеффера, отрицание конъюнкции |
| F15(X1,X2)= 1 | Константа 1 |

1. **Минтерм. Макстерм. Аналитический метод минимизации.**

|  |
| --- |
| **Минтерм** - конъюнкция всех переменных, которые входят в прямом виде, если значение данной переменной в точке определения равно 1, либо в инверсном виде, если значение переменной равно 0.  **Совершенная дизъюнктивная нормальная форма**-  дизъюнкция всех минтермов функции.  **Макстерм** - дизъюнкция всех переменных, которые входят в прямом виде, если значение данной переменной в точке определения равно 0, либо в инверсном виде, если значение переменной равно 1.  **Совершенная конъюктивная нормальная форма**-  конъюнкция всех макстермов функции.  **Аналитический способ минимизации булевых функций**  Соседними называются конституенты , имеющие одинаковую длину и одинаковые переменные, где только одна пара отличается по знаку.  **Склеивание**  - это логическая операция, в процессе которой две соседние конституенты заменяются одной:  https://sites.google.com/site/minkaf702/_/rsrc/1465485035142/2/1.PNG  **Поглощение**- это логическая операция, в процессе которой меньшая конституента “поглощает” большую конституенту, причем все переменные, входящие в меньшую конъюнкцию, должны присутствовать в большой конституенте с одним и тем же знаком.  https://sites.google.com/site/minkaf702/_/rsrc/1465485223125/2/2.PNG  **Операция неполного склеивания**- логическая операция, в ходе которой используется одни и те же конституенты для различных операций склеивания**:**  https://sites.google.com/site/minkaf702/_/rsrc/1465485349470/2/3.PNG  Логический базис – это набор простейших логических функций , позволяющий реализовать любые другие функции.  В основном различают 3 вида базисов:       1) "И-ИЛИ-НЕ" (базис конъюнкции, дизъюнкции, инверсии)       2) "И-НЕ"           (базис Шеффера)       3) "ИЛИ-НЕ"     (базис Пирса). |