**Функции алгебры логики (ФАЛ) ( ознакомиться)**

**Логика –** наука, изучающая методы доказательств и опровержений(истина –ложь). Логика учит правильно рассуждать, делать выводы. В логике учитываются значения истинности.

Функцией алгебры логики от n переменных х1, х2, … хn называется любая функция f: $\left\{0;1\right\}^{n}\rightarrow \left\{0,1\right\}$, то есть функция которая произвольному набору $\left(δ\_{1},δ\_{2},…δ\_{n}\right)$нулей и единиц ставит в соответствие значение $f\left(δ\_{1},δ\_{2},…δ\_{n}\right)\in \left\{0,1\right\}$.

При работе с булевыми функциями происходит полное абстрагирование от содержательного смысла, который имелся в виду в алгебре высказываний.

Булевой функцией описываются преобразования некоторым устройством входных сигналов в выходные ( n входов на которые может подаваться или не подаваться ток, и один выход, на который ток подается или не подается в зависимости от подачи тока на входы. Значение $f\left(δ\_{1},δ\_{2},…δ\_{n}\right)=1$, если ток на выход проходит. Например: операции хꓥу соответствует устройство с двумя входами и одним выходом. Значение выхода равно 1 только тогда, когда оба значения входа равны 1. Булева функция $f\left(х\_{1},х\_{2},…х\_{n}\right)$ полностью определяется своей таблицей истинности.

В каждой строке таблицы вначале задается набор значений переменных, а затем – значения функции на этом наборе. Если булева функция f и формула $φ$ имеют одну и ту же таблицу истинности, то говорят, что формула $φ$ представляет функцию f.

Булева функция так же однозначно задается перечислением всех наборов, на которых она принимает значение 0, либо перечислением всех наборов, на которых она принимает значение 1.

**Пример**. Устройство фиксирует принятие некоторой резолюции «комитета трех». Каждый член комитета нажимает кнопку (если «за»). Резолюция принимается, если большинство согласно.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Y | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Z | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| f(x,y,z) | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

f(0,0,0)= f(0,0,1)= f(0,1,0)= f(1,0,0) = 0/

Вектором значений булевой функции $f\left(х\_{1},х\_{2},…х\_{n}\right)$ называют упорядоченный набор всех значений функции.

Для данного примера вектор (0 0 0 1 0 1 1 1).

Так как всего имеется 2n наборов $\left(δ\_{1},δ\_{2},…δ\_{n}\right)$ нулей и единиц, то существует ровно $2^{2^{n}}$ булевых функций от n переменных.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | A |  |  |  |  |
| 0 |  |  |  | 1 |  |  |  |  |
| 00 |  | 01 |  | 10 |  | 11 |  |  |
| 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |  |

 Простейшим примером логической функции является функция одной переменной.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | F0(X) | F1(X) | F2(X) | F3(X) |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

F0(X) – константа 0, F1(X) – переменная Х,

F2(X) – инверсия Х, F3(X) – константа 1.

Функция двух переменных (16 штук)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х1 | Х2 | F0 | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 | F6 | F7 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | F8 | F9 | F10 | F11 | F12 | F13 | F14 | F15 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Свойства строгой дизъюнкции

1. А⊕А=0; 2. А⊕ $\overbar{А}=1$ 3. А⊕0= А 4. А⊕1=$\overbar{А}$

|  |  |
| --- | --- |
| Функция | Название |
| F0(X1,X2)=0 | Константа 0 |
| F1(X1,X2)= X1\*X2 | Конъюнкция, логическое умножение |
| F2(X1,X2)=$\overbar{X\_{1}\rightarrow X\_{2}}$ | Запрет по Х1, отрицание импликации. |
| F3(X1,X2)= X1 | Переменная Х1 |
| F4(X1,X2)= $\overbar{X\_{2}\rightarrow X\_{1}}$ | Запрет по Х2, отрицание импликации. |
| F5(X1,X2)= X2 | Переменная Х2 |
| F6(X1,X2)=X1 ⊕X2 | Строгая дизъюнкция, логическая неравнозначность, сложение по модулю 2 |
| F7(X1,X2)= X1+X2 | Дизъюнкция, логическое сложение. |
| F8(X1,X2)= X1 $\downright $ X2 | Стрелка Пирса, Символ Лукашевича, отрицание дизъюнкции |
| F9(X1,X2)= X1 $\leftrightarrow $ X2 | Эквивалентность, равнозначность |
| F10(X1,X2)= $\overbar{X\_{2}}$ | Отрицание, инверсия Х2 |
| F11(X1,X2)= X2 $\rightarrow X\_{1}$ | Импликация от Х2 к Х1 |
| F12(X1,X2)= $\overbar{X\_{1}}$ | Отрицание, инверсия Х1 |
| F13(X1,X2)= X1 $\rightarrow X\_{2}$ | Импликация от Х1 к Х2 |
| F14(X1,X2)= X1 │ X2 | Штрих Шеффера, отрицание конъюнкции |
| F15(X1,X2)= 1 | Константа 1 |

1. **Минтерм. Макстерм. Аналитический метод минимизации.**

|  |
| --- |
| **Минтерм** - конъюнкция всех переменных, которые входят в прямом виде, если значение данной переменной в точке определения равно 1, либо в инверсном виде, если значение переменной равно 0.**Совершенная дизъюнктивная нормальная форма**-  дизъюнкция всех минтермов функции.**Макстерм** - дизъюнкция всех переменных, которые входят в прямом виде, если значение данной переменной в точке определения равно 0, либо в инверсном виде, если значение переменной равно 1.**Совершенная конъюктивная нормальная форма**-  конъюнкция всех макстермов функции.**Аналитический способ минимизации булевых функций**Соседними называются конституенты , имеющие одинаковую длину и одинаковые переменные, где только одна пара отличается по знаку.**Склеивание**  - это логическая операция, в процессе которой две соседние конституенты заменяются одной:https://sites.google.com/site/minkaf702/_/rsrc/1465485035142/2/1.PNG**Поглощение**- это логическая операция, в процессе которой меньшая конституента “поглощает” большую конституенту, причем все переменные, входящие в меньшую конъюнкцию, должны присутствовать в большой конституенте с одним и тем же знаком.https://sites.google.com/site/minkaf702/_/rsrc/1465485223125/2/2.PNG**Операция неполного склеивания**- логическая операция, в ходе которой используется одни и те же конституенты для различных операций склеивания**:**https://sites.google.com/site/minkaf702/_/rsrc/1465485349470/2/3.PNGЛогический базис – это набор простейших логических функций , позволяющий реализовать любые другие функции.В основном различают 3 вида базисов:     1) "И-ИЛИ-НЕ" (базис конъюнкции, дизъюнкции, инверсии)     2) "И-НЕ"           (базис Шеффера)     3) "ИЛИ-НЕ"     (базис Пирса). |