Самостоятельная работа по системам счисления:

1. **Перевести число из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления**.

 **1) 216**10 2) **336**10 3) **741,12510** 4**) 712,375**10

1. **Перевести данное число в десятичную систему счисления**

 1) 11000001102; 2)11000102;

 3) 1011010,0012 4) 1010100010,0012

 5) 1537,228 ; 6) 2D9.816

 **3. Сложить числа**:

 1) 1011111112 + 11011100112

1. 101111102 + 1000111002
2. 1101100011,01112 + 1100011,012
3. 666,28 + 1234,248
4. 346,416 + 3F2,616

**4. Выполнить вычитание**

1. 10101011012 - 1100111102
2. 147,248 - 473,48
3. 24А,416 -В3,816
4. **Записать число в десятичной системе:**

CCXI XXXVI LXXXIV XCIII

DCCCV MMC CMLXIX MMMCDXCIII

**Римская система счисления** — это непозиционная система счисления, в которой для записи чисел используются буквы латинского алфавита:
I — означает «один» (1);

V — означает «пять» (5);

X — означает «десять» (10);

L — означает «пятьдесят» (50);

C — означает «сто» (100);

D — означает «пятьсот» (500);

M — означает «тысяча» (1000);

**Системы счисления**

**Систе́ма счисле́ния** — [символический](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%B2%D0%BE%D0%BB) метод записи [чисел](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE), представление чисел с помощью [письменных знаков](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%81%D1%8C%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C).

Система счисления:

* даёт представления множества чисел ([целых](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D1%8B%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0) и/или [вещественных](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D1%89%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE));
* даёт каждому числу уникальное представление (или, по крайней мере, стандартное представление);
* отражает [алгебраическую](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0) и [арифметическую](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0) структуру чисел.

Системы счисления подразделяются на:

* [позиционные](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B7%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D1%8B_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F);
* непозиционные;
* смешанные.
* [***Позиционная система счисления***](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B7%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)
* В позиционных системах счисления один и тот же [числовой](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE) [знак](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BD%D0%B0%D0%BA) ([цифра](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D1%84%D1%80%D1%8B)) в записи числа имеет различные значения в зависимости от того места ([разряда](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B9_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D1%80%D1%8F%D0%B4)), где он расположен. Изобретение позиционной нумерации, основанной на поместном значении цифр, приписывается [шумерам](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D1%83%D0%BC%D0%B5%D1%80) и [вавилонянам](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D0%BB%D0%BE%D0%BD); развита была такая нумерация индусами и имела неоценимые последствия в истории человеческой цивилизации. К числу таких систем относится современная [десятичная система счисления](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D1%81%D1%8F%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F), возникновение которой связано со счётом на пальцах. В средневековой Европе она появилась через итальянских купцов, в свою очередь заимствовавших её у арабов.

Например, число *сто три* представляется в десятичной системе счисления в виде: 10310 = 1\*102 + 0\*101 + 3\*100

{\displaystyle 103=1\cdot 10^{2}+0\cdot 10^{1}+3\cdot 10^{0}.}

Наиболее часто употребляемыми в настоящее время позиционными системами являются:

* 2 — двоичная (в [дискретной математике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0), [информатике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0), [программировании](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5));
* 3 — [троичная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%BE%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F);
* 8 — [восьмеричная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D1%81%D1%8C%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F);
* 10 — [десятичная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D1%81%D1%8F%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) (используется повсеместно);
* 12 — [двенадцатеричная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%B0%D0%B4%D1%86%D0%B0%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) (счёт дюжинами);
* 16 — [шестнадцатеричная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%BD%D0%B0%D0%B4%D1%86%D0%B0%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) (используется в [программировании](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5), [информатике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0));
* 20 — [двадцатеричная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%86%D0%B0%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F);
* 60 — [шестидесятеричная](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%B4%D0%B5%D1%81%D1%8F%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) ([единицы измерения времени](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D1%8B_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F_%D0%B2%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%B8), измерение [углов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D0%B3%D0%BE%D0%BB) и, в частности, координат, [долготы](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%BE%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%82%D0%B0) и [широты](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D0%B8%D1%80%D0%BE%D1%82%D0%B0)).

 В позиционных системах чем больше [основание системы счисления](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D1%8B_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F), тем меньшее количество разрядов (то есть записываемых [цифр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D1%84%D1%80%D1%8B)) требуется при записи числа.

Наиболее известным примером **смешанной системы** счисления является представление времени в виде количества суток, часов, минут и секунд. При этом величина «d-{\displaystyle d} дни, {\displaystyle h}h- часы, {\displaystyle m}m- минуты, {\displaystyle s}s- секунды» соответствует значению ({\displaystyle d\cdot 24\cdot 60\cdot 60+h\cdot 60\cdot 60+m\cdot 60+s} d\*24\*60\*60 + h\*60\*60 + m\*60 + s) секунд.

В непозиционных системах счисления величина, которую обозначает цифра, не зависит от положения в числе. При этом система может накладывать ограничения на положение цифр, например, чтобы они были расположены в порядке убывания.

 Примером непозиционной системы счисления является римская нумерация:

**Римская система счисления** — это непозиционная система счисления, в которой для записи чисел используются буквы латинского алфавита:
I — означает «один» (1);

V — означает «пять» (5);

X — означает «десять» (10);

L — означает «пятьдесят» (50);

C — означает «сто» (100);

D — означает «пятьсот» (500);

M — означает «тысяча» (1000);

Для записи чисел в римской системе используются два правила:

1) каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него;

2) каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к нему.

Примеры:

Число 49 в римской системе счисления имеет вид XLIX=(50-10)+(10-1)=40+9 (две группы первого вида).

Число 444 в римской системе счисления будет записано в виде CDXLIV=(500-100)+(50-10)+(5-1)=400+40+4 (три группы второго вида).

Римская система счисления сегодня используется в основном для обозначения знаменательных и юбилейных дат, разделов и глав в книгах.

**Преобразование чисел**

Такое представление чисел обозначает вот такое число: an-1fn-1+…+ a1f1 + a0f0{\displaystyle a\_{n-1}f^{n-1}+...+a\_{1}f^{1}+a\_{0}f^{0}}, где {\displaystyle a\_{0},a\_{1},...,a\_{n-1}}a1, a2,… an-1 — цифры, а {\displaystyle f}f — основание системы счисления.

Посмотрим чему равны числа из примеров. Используем только что приведённую формулу:

* {\displaystyle 25\_{10}\rightarrow 2\cdot 10^{1}+5\cdot 10^{0}=2\cdot 10+5\cdot 1=25\_{10}}2510 = 2\*101 +5\*100 = 2\*10 + 5\*1 = 2510;
* {\displaystyle 31\_{8}\rightarrow 3\cdot 8^{1}+1\cdot 8^{0}=3\cdot 8+1\cdot 1=25\_{10}}318 = 3\*81 + 1\* 80 =3\*8 + 1\*1 = 2510;
* {\displaystyle 221\_{3}\rightarrow 2\cdot 3^{2}+2\cdot 3^{1}+1\cdot 3^{0}=2\cdot 9+2\cdot 3+1\cdot 1=25\_{10}}2213 = 2\*32 + 2\*31 + 1\*30 = 2\*9 + 2\*3 + 1\*1 = 2510;
* {\displaystyle 11001\_{2}\rightarrow 1\cdot 2^{4}+1\cdot 2^{3}+0\cdot 2^{2}+0\cdot 2^{1}+1\cdot 2^{0}=1\cdot 16+1\cdot 8+0\cdot 4+0\cdot 2+1\cdot 1=25\_{10}}110012 = 1\*24 + 1\*23 +0\*22 + 0\*21 + 1\*20 = 1\*16 +1\*8 + 0 + 0 +1\*1 =2510.

Мы разобрали, как узнать, чему равно число в любой системе счисления. Но как нам получить это число? Представим, что у нас есть некоторое число {\displaystyle A}25, и мы хотим получить его представление в системе по основанию {\displaystyle f}2, 3, 8. Как нам это сделать?

Возьмём для примера полюбившееся нам число {\displaystyle 25}25 и получим представление этого числа в двоичной системе счисления:

* {\displaystyle 25/2=12}25/2 = 12 , остаток {\displaystyle 1}1;
* {\displaystyle 12/2=6}12/2 = 6 , остаток {\displaystyle 0}0;
* {\displaystyle 6/2=3}6/2 = 3 , остаток {\displaystyle 0}0;
* {\displaystyle 3/2=1}3/2 = 1, остаток {\displaystyle 1}1;
* {\displaystyle 1/2=0}1/2 = 0, остаток {\displaystyle 1}1.

Получили: {\displaystyle 11001\_{2}}2510 = 110012. (цифры берем снизу вверх)

Представим число 25 в троичной системе счисления:

* {\displaystyle 25/3=8}25/3 = 8, остаток {\displaystyle 1}1;
* {\displaystyle 8/3=2}8/3 = 2, остаток {\displaystyle 2}2;
* {\displaystyle 2/3=0}2/3 = 0, остаток {\displaystyle 2}2.

Получили число: {\displaystyle 221\_{3}}2510 = 2213.

 25/8 = 3 (остаток 1)

 3/8 = 0 (остаток 3), получаем 2510 = 318

Сложение:

 1001

 1010

 ----

10011

Вычитание:

1110

0101

----

1001

Умножение:

 1110

 0101

 ----

 1110

 0000

 1110

0000

-------

1000110

Деление:

1000110|101

 101 -----

---- 0001110

 111

 101

 ---

 101

 101

 ---

 00

Переведите число 105,4 из восьмеричной системы в десятичную.

Пронумеруем целые разряды числа справа налево от 0, дробные – слева направо от -1 :



Посчитаем сумму произведений цифр числа на 8 (основание системы) в степени разряда числа: 4\*8-1 + 5\*80 + 0\*81 + 1\*82 = 0,5 + 5 + 0 + 64 = 64,510

Ответ: 105,48 = 64,510

**Перевод десятичных дробей из десятичной системы счисления в любую другую.**

Для перевода десятичной дроби из десятичной системы в любую другую следует умножать дробь, а затем дробные части произведений, на основание новой системы пока дробная часть не станет равной 0 или до достижения указанной точности. Затем целые части выписать, начиная с первой.

**Пример 2**

Переведите десятичное число 0,816 в двоичную систему с точностью до сотых.

Решение:

Умножаем дробь 0,816, а затем дробную часть произведения (0,632) на 2 и выписываем целые части, начиная с первой:





Ответ: 

**Пример 3.**

Переведите десятичное число 0,8125 в восьмеричную систему.

Решение:

Умножаем дробь 0,8125, а затем дробную часть произведения (0,5) на 8 и выписываем целые части, начиная с первой:





Ответ:

**Перевод смешанных чисел из десятичной системы счисления в любую другую**

Если необходимо перевести смешанное число из десятичной системы в любую другую, следует перевести целую и дробную части, а затем записать, разделив десятичной запятой.
 **Пример 4.**

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 14,125?

Решение:

Переведем целую часть числа в двоичную систему:



Переведем дробную часть числа в двоичную систему:



Соединим целую и дробную части:


14,12510 = 1110,0012

Количество единиц равно 4.

Ответ: 4