**Задания для самостоятельной работы**

1. **Записать** первые пять членов последовательности, определить убывает или возрастает последовательность

а) $a\_{n}=\frac{3n-2}{2n-1}$ b) $b\_{n}=\frac{3n^{2}+5n}{6n}$

 2. **Вычислить** предел:

 a) $\lim\_{n\to \infty }\frac{3n-2}{2n-1}$ b) $\lim\_{x\to 1}\frac{x^{2}-3x+2}{x^{2}+x+4}$ c) $\lim\_{x\to -4}\frac{x^{2}+4x}{x^{2}-16}$

d) $\lim\_{x\to 4}\frac{x^{2}+4x}{x^{2}-16}$ e) $\lim\_{x\to \infty }\frac{3x^{2}-4x+2}{6x^{2}+2x-4}$

 3. **Найти** производные функций и вычислить в заданной точке:

 а) у = 5х7 +3х4 – 7х2 -32х + 18 при х = 1

 в) у = (х4 - 3х)(5 – х5) при х = -1

 4. **Записать** свойства функции по графику:



1. Определить интервалы возрастания и убывания функции *у = 3х3- 9х.*
2. Исследовать функцию и построить график *f(x) = 12х –9х2 + 2х3.*
3. Найти производную третьего порядка для функции у = 4х4 + 5х3  и вычислить ее в точке х0 = -1
4. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции f(x) = 4 - x2 в точке х0 = -3

 5. **Исследоват**ь функцию и построить график:

 $у=\frac{4х}{4+х^{2}}$

1. Записать первые пять членов последовательности, определить убывает или возрастает последовательность

a) $ c\_{n}= \frac{3}{n}$ 3; 3/2; 3/3; 3/4; 3/5 …

 Последовательность убывающая; все числа меньше 3, значит последовательность ограничена сверху; все числа больше 0, значит последовательность ограничена снизу, т.е. $0<\frac{3}{n}\leq 3$ (просто ограничена). $\lim\_{n\to \infty }\frac{3}{n}=0$

 b) $d\_{n}=-\frac{5n}{n+1}$ -5/2; -10/3; -15/4; - 20/5; -25/6 …

$$\lim\_{n\to \infty }\frac{-5n}{n+1}=\lim\_{n\to \infty }\frac{-5\left(n+1\right)+5}{n+1}=\lim\_{n\to \infty }\left(-5+\frac{5}{n+1}\right)=-5$$

$$-5<d\_{n}\leq -\frac{5}{2}$$

 с) аn = n 1; 2; 3; 4; 5 … $a\_{n}>1$ - последовательность ограничена снизу. $\lim\_{n\to \infty }a\_{n}=\infty $

1. Вычислить пределы:

а)$\lim\_{х\to 3}\frac{2х^{2}-7х+3}{3х^{2}-10х+3}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\_{х\to 3}\frac{\left(х-3\right)\left(2х-1\right)}{\left(х-3\right)\left(3х-1\right)}$=$\lim\_{х\to 3}\frac{2х-1}{3х-1}$= 5/8

$2х^{2}-7х+3=0$ D= (-7)2 – 4\*2\*3= 25

$$ $$

$x\_{1,2}=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}=\frac{7\pm 5}{4}=3; \frac{1}{2}$

$$2х^{2}-7х+3=2\left(x-3\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=\left(x-3\right)\left(2x-1\right)$$

$3x^{2}-10x+3=0$ D=(-10)2- 4\*3\*3= 64

$x\_{1,2}=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}=\frac{10\pm 8}{6}=3; \frac{1}{3}$

$$3х^{2}-10х+3=3\left(x-3\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=\left(x-3\right)\left(3x-1\right)$$

 b) или

$$\lim\_{х\to 3}\frac{2х^{2}-7х+3}{3х^{2}-10х+3}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\_{x\to 3}\frac{\left(2х^{2}-7х+3\right)^{'}}{\left(3х^{2}-10х+3\right)^{'}}=\lim\_{x\to 3}\frac{4x-7}{6x-10}=\frac{4\*3-7}{6\*3-10}=\frac{5}{8}$$

c) $\lim\_{x\to 1}\frac{x^{3}-x^{2}-x+1}{x^{3}-3x+2}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\_{x\to 1}\frac{\left(x^{3}-x^{2}-x+1\right)^{'}}{\left(x^{3}-3x+2\right)^{'}}=\lim\_{x\to 1}\frac{3x^{2}-2x-1}{3x^{2}-3}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\_{x\to 1}\frac{\left(3x^{2}-2x-1\right)^{'}}{\left(3x^{2}-3\right)^{'}}=\lim\_{x\to 1}\frac{6x-2}{6x}$=$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

1. Найти производные функций и вычислить в заданной точке:
2. Y= 3x5- 4x3+2x-17 x=-2

Y’= 15x4 – 12x2 + 2 – 0 y’(-2)= 15(-2)4 -12(-2)2 + 2= 15\*16 – 12\*4 +2= 240 – 48 +2 = 194

1. Y= (3x2 – 12)(9x + x3 ) x0 = -1

$$y^{'}=\left(3x^{2}-12\right)^{'}\left(9x+x^{3}\right)+\left(3x^{2}-12\right)\left(9x+x^{3}\right)^{'}=6x\left(9x+x^{3}\right)+\left(3x^{2}-12\right)\left(9+3x^{2}\right)$$

$$y^{'}(-1)=-6\left(-9-1\right)+\left(3-12\right)\left(9+3\right)=60-9\*12=-48$$

1. a)Точка движется по траектории S(t) = 2t2 +4t – 7, в какой момент времени скорость движения будет равна v0 =8 м/с.

V=S’ = (2t2 + 4t – 7)’= 4t + 4 = 8 4t = 8-4 = 4, t = 1 (c)

1. Точка движется по траектории S(t) = 2t3 - 4t2 + 7t, чему будет равна скорость точки при t0 = 2c.

V(t0)=?

V=S’ = (2t3 - 4t2 + 7t)’= 6t2 -8t + 7

V(2) = 6\*4 – 8\*2 + 7 = 24 – 16 + 7 = 15

1. Касательная к некоторой кривой параллельна прямой у = -5х+3. Чему равна производная функции в точке касания?

Так как касательная и прямая параллельны, то их угловые коэффициенты равны кпр = ккас = - 5 – это и есть производная функции, вычисленная в точке касания, т.е. у’(x0) = - 5.

1. **Исследовать** функцию и построить график:

$$у=\frac{х^{2}-4}{х^{2}+4}$$

1. Х может быть любым числом, точек разрыва нет, вертикальных асимптот нет. (знаменатель не обращается в 0 ни при каких х)
2. $\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{2}-4}{x\left(x^{2}+4\right)}=0=k, b=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{2}-4}{x^{2}+4}=1$

Есть асимптота у = 1 – горизонтальная.

1. Нули функции у = 0 при х = 2 и х = -2.
2. Функция четна ( аргумент х в четной степени) – график симметричен оси Оу.
3. $y^{'}=\left(\frac{х^{2}-4}{х^{2}+4}\right)^{'}=\frac{\left(x^{2}-4\right)^{'}\left(x^{2}+4\right)-\left(x^{2}-4\right)\left(x^{2}+4\right)^{'}}{\left(х^{2}+4\right)^{2}}=\frac{2x\left(x^{2}+4\right)-\left(x^{2}-4\right)2x}{\left(x^{2}+4\right)^{2}}=\frac{2x\left(x^{2}+4-x^{2}+4\right)}{\left(x^{2}+4\right)^{2}}=\frac{16x}{\left(x^{2}+4\right)^{2}}$

$$y^{'}=0 при x=0$$

При х$ <0 y^{'}<0$, функция убывает,

при х$>0 $ $y^{'}>0$, функция возрастает.

При х = 0 функция имеет минимум у(0)= -1, график функции имеет вид:



1. **Исследовать функцию и построить график**:

$$у=\frac{х^{3}+4}{х^{2}}$$

1. $х\in \left(-\infty ;0\right)∪\left(0; +\infty \right)$, х = 0 – точка разрыва, значит х = 0- вертикальная асимптота.
2. $k=\lim\_{x\to \infty }\frac{y}{x}=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{3}+4}{x^{3}}$= $\left(\frac{\infty }{\infty }\right)=1$

$b=\lim\_{x\to \infty }\left(y-kx\right)=\lim\_{x\to \infty }\left(\frac{x^{3}+4}{x^{2}}-x\right)=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{3}+4-x^{3}}{x^{2}}=0$. Значит у = х – наклонная асимптота.

1. $у=0$, при х3+4 = 0. $х=\sqrt[3]{-4}$ = 1,6
2. $Функция не является четной и не является нечетной.$
3. $y^{'}=\left(\frac{х^{3}+4}{х^{2}}\right)^{'}=\frac{\left(x^{3}+4\right)^{'}x^{2}-\left(x^{3}+4\right)\left(x^{2}\right)^{'}}{x^{4}}=\frac{3x^{2}∙x^{2}-\left(x^{3}+4\right)2x}{x^{4}}=\frac{3x^{4}-2x^{4}-8x}{x^{4}}=\frac{x^{3}-8}{x^{3}}$

$y^{'}=0, x^{3}-8=0 \rightarrow x=2$ - критическая точка и не забываем точку разрыва х = 0.

При $х<0, у'>0$ → функция возрастает;

 $при 0<x<2, y^{'}<0$ → функция убывает;

при $x>2, y'>0$ → функция возрастает.

При х = 2 функция имеет минимум. у(2)= (23+4)/22 =12/4 =3, график имеет вид:



