Ссылка на видеосвязь: <https://meet.google.com/ydg-wgkm-pco>

**Аналитическая геометрия** – это раздел математики, В котором геометрические задачи решаются алгебраическими методами. Для того чтобы геометрические понятия перевести на язык алгебры, используют метод координат.

 Хотя векторное исчисление приняло современный вид лишь в конце XIX в. в связи с потребностями механики и физики, но его корни уходят в далекое прошлое, причем одним из важнейших источников формирования основных понятий учения о векторах была теоретическая и практическая геометрия, поэтому учение о векторах называли геометрическим анализом или геометрическим исчислением. Идея создания геометрического исчисления была впервые выдвинута в 1679г Г.В. Лейбницем. Еще в конце 16 начале 17 веков Леонардо да Винчи, Галилео Галилей и другие ученые пользовались направленными отрезками для наглядного представления сил в физике. Так нидерландец Симон Стевин изучал равновесие тел на наклонной плоскости и дошел до разложения силы на составляющие – открыл закон параллелограмма сил. Обозначение вектора с помощью черты сверху ввел в начале 19 столетия Карно. 

 **Аналитическая геометрия на плоскости.**

 **Уравнения прямой на плоскости.**

Уравнение f(x, y)=0 определяет на плоскости некоторую линию, то есть множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют этому уравнению.

1. нормальный вектор $\vec{N}=(A, B)$- это вектор, перпендикулярный прямой.



Рисуете произвольную прямую и вектор, перпендикулярный этой прямой. На самой прямой отмечаете некоторую точку М0(х0; у0) –фиксированная точка, то есть в задачах ее координаты будут известны. Берем еще одну произвольную точку М(х, у)- это переменная точка. Рассмотрим вектор $\vec{М\_{0}М}=\left(х-х\_{0};у-у\_{0}\right)$

*Вектор* $\vec{N}=\overbar{АВ} $Ʇ прямой → $\vec{N}=\overbar{АВ}$ Ʇ $\vec{М\_{0}М}$ → скалярное произведение = 0, т.е. $\vec{N}∙$$\vec{М\_{0}М}=0$ *→ А(х – х*0)+ В(у – у)=0 (1) Уравнение (1) называют уравнением прямой, проходящей через точку М1 перпендикулярно, заданному вектору. Раскроем скобки и приведем подобные, получим уравнение Ах + Ву + С = 0 (2)

Это уравнение называют общим уравнением прямой на плоскости. К такому виду будем приводить все уравнения.

Пример 1: Дана точка М(3; -5) и вектор $\vec{N}=\left(7;4\right).$Составить уравнение прямой.

В уравнение (1) подставим координаты вектора вместо А и В и координаты точки: 7(х – 3) + 4 (у – (-5))=0, преобразуем 7х-21+4у+ 20 = 0 или

7х + 4у – 1 = 0 – искомое уравнение. Замечаете, что координаты нормального вектора не изменились – это коэффициенты перед переменными.

Пример 2: дано уравнение -4х + 8у - 20 =0 . Координаты нормального вектора

$\vec{N}=(-4;8)$ или $\vec{N}=(4;-8)$ или $\vec{N}=(1;-2)$

Частные случаи уравнения прямой:

а) При С = 0 получим Ах + Ву = 0 – прямая, проходящая через начало координат.

б) При А = 0, получим Ву + С = 0 или у = -С/В – прямая, параллельная оси Ох.

в) При В = 0, получим Ах + С =0 или х = -С/А – прямая параллельная оси Оу.

г) При А = С = 0, получим Ву = 0 или у = 0 – уравнение оси Ох.

д) При В = С = 0, получим х = 0 – уравнение оси Оу.



Чтобы найти точку пересечения прямых, решаем соответствующую систему.



Ошибки?

Условия параллельности и перпендикулярности прямых

Ах + Ву + С = 0 и А1х + В1у + С1 = 0 Нормальные векторы прямых $\vec{N}=\left(А;В\right) $ и $\vec{N\_{1}}=\left(А\_{1};В\_{1}\right)$

Условие **параллельности** прямых: $\frac{А}{А\_{1}}=\frac{В}{В\_{1}}$

Условие **перпендикулярности** прямых: А\*А1 + В\*В1 =0

1. Направляющий вектор $\vec{S}=(m, n)$- это вектор, параллельный прямой.



Аналогично берем две точки на прямой и составляем вектор: М1(х1; у1) –фиксированная точка и М(х, у)- это переменная точка, $\vec{М\_{1}М}=\left(х-х\_{1};у-у\_{1}\right)$

$\vec{М\_{1}М}=\left(х-х\_{1};у-у\_{1}\right)$ ││ $\vec{S}=(m, n)$ → координаты пропорциональны, т.е.

$\frac{х-х\_{1}}{m}=\frac{у-у\_{1}}{n}$ это каноническое уравнение прямой. (3)

 Уравнения $\frac{x-x\_{0}}{0}=\frac{y-y\_{0}}{n} и \frac{x-x\_{0}}{m}=\frac{y-y\_{0}}{0}$ являются формальными записями уравнений прямых, параллельных осям Оу и Ох.

Пример 3: составить уравнение прямой, проходящей через две точки А(5; 9) и В( -2; 7)

$\vec{АВ}=\left(-2-5;7-9\right)=\left(-7; -2\right)-направляющий, $показывает направление прямой. Подставляем заданные числа в уравнение (3): $\frac{х-5}{-7}=\frac{у-9}{-2}$ так как это пропорция, то по свойству пропорции -2(х-5) = -7(у-9) или -2х+10=-7у+63 или

2х -7у +53 =0 –искомое уравнение, приведенное к общему виду.

Из этого уравнения можно получить -7у= -2х -53 или у= $\frac{2}{7}х+\frac{53}{7}$ (4) это уравнение прямой с угловым коэффициентом. k=2/7.

Назовите координаты вершин треугольника:



Пример 4: Найти уравнения сторон треугольника АВС, если А(-2; 3), В(7; 4) и С( 1; - 3). Построить этот треугольник и составить систему неравенств, задающих треугольник. Составить уравнение одной из высот треугольника и найти точку пересечения этой высоты с соответствующей стороной.

Составим уравнение прямой АВ, направляющий вектор $\vec{S}=(m, n)$ = $\vec{АВ}$
= (7+(-2); 4 – 3). $\vec{S}=(9, 1)$, подставляем в уравнение (3) координаты вектора и координаты точки (я взяла точку В, можно было взять А, так как прямая проходит и через А и через В)

$\frac{х-7}{9}=\frac{у-4}{1}$, отсюда 1(х-7) = 9(у-4), х-7 = 9у – 36, окончательно х - 9у + 29 =0

Любая прямая делит плоскость на две полуплоскости. Чтобы найти нужную, подставим в уравнение полученной прямой координаты третьей вершины С(1; -3), получим 1 – 9\*(-3)+29 = 1 + 27 + 29 $>$ 0, значит неравенство, задающее полуплоскость имеет вид х – 9у + 29 $\geq 0$.

Аналогично для прямой ВС: $\vec{S}=(m, n)$ = $\vec{ВС }$ = (-6; -7) Уравнение

$\frac{х-7}{-6}=\frac{у-4}{-7}$ или -7х + 49 = -6у + 24 или 7х – 6у – 25 = 0, тогда полуплоскость

А(-2; 3) 7\*(-2) -6\*3 – 25 = -14 -18 – 25 $<0$, значит 7х – 6у – 25 $\leq 0$.

Точно так же находим уравнение прямой АС: $ \vec{S}=(m, n)$ = $\vec{АС }$=(3; -6)

$\frac{х-1}{3}=\frac{у+3}{-6}$ , -6х + 6 = 3у + 9 или 6х + 3у +3 = 0.

В (7; 4) → 6\*7 + 3\*4 + 3 =42 + 12 + 3 $>0$, значит 6х + 3у + 3 $\geq 0$

Система неравенств, задающих треугольник:

$$\left\{\begin{array}{c} х – 9у + 29 \geq 0\\7х – 6у – 25 \leq 0\\6х + 3у + 3 \geq 0\end{array}\right.$$

Составим уравнение высоты этого треугольника, проведенной из вершины А.

Высота – это перпендикуляр из точки А к стороне ВС, значит вектор СВ( или ВС) можно взять как нормальный вектор прямой, на которой лежит эта высота. $\overbar{N}=\overbar{CB}=\left(6;7\right)$. Подставляем координаты точки А(-2; 3) и координаты нормального вектора в уравнение (1): $6\left(х+2\right)+7\left(у-3\right)=0,$

После преобразований получим 6х + 7у – 9 = 0 – уравнение высоты.

Найдем точку М – точку пересечения стороны ВС и найденной высоты

$\left\{\begin{array}{c}6х+7у-9=0\\7х-6у-25=0\end{array}\right.$, можете убедиться в том, что эти прямые перпендикулярны? Решим систему. Чтобы избавиться от у, первое уравнение умножим на 6, второе на 7, получим $\left\{\begin{array}{c}36х+42у-54=0\\49х-42у-175=0\end{array}\right.$, складывая уравнения получим 85х - 229=0, откуда х = 229/85= $2\frac{59}{85}$, из первого уравнения $у=\frac{9-6х}{7}=-1\frac{14}{595}$. Точка пересечения М(2,7; -1).

Пример 5: Найти точку пересечения прямых: х – 3 у – 23 = 0 и х + 2у +7 = 0.

Составим систему $\left\{\begin{array}{c}х-3у-23=0\\х+2у+7=0\end{array}\right.$

Умножим первое уравнение на -1 и прибавим ко второму

-х + 3у + 23 = 0

 х + 2у + 7 = 0, получим 5у + 30 = 0 откуда у = - 6, тогда, подставляя найденное значение в одно из уравнений, получим х + 2 \*(-6) + 7 = 0 или х = 5. Ответ: (5; -6)

**Задания для самостоятельного решения**:

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку М(-1; 3) перпендикулярно вектору $\vec{N}=2\vec{i }-5\vec{j}$. $\vec{N}=( ? )$
2. Найти точку пересечения прямых 2х – 3у + 6 = 0 и х + 4у – 19 = 0. Построить в одной координатной плоскости прямые.
3. Взять три точки на плоскости (свои координаты), изобразить их, составить уравнения сторон и систему неравенств, задающих треугольник. Составить уравнение высоты, проведенной из одной (любой) вершины, найти точку пересечения этой высоты со стороной.
4. Проверить перпендикулярность прямых 2х – 5у +7 =0 и 5х + 2у -4 = 0.
5.  Составить уравнения сторон и задать треугольник системой неравенств (для тех, кто сам не может придумать точки). Составить уравнение высоты, проведенной из точки В, проверить перпендикулярность сторон АВ и ВС.

Это упрощенный вариант, те, кто планирует получить на экзамене хорошую оценку, решают №3 ( по своим координатам). Одинаковые варианты принимать не буду. Если решаете №3, то №5 можно не делать.