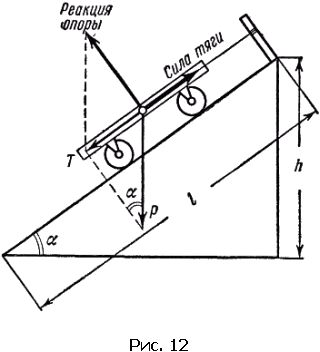
Ссылка на видеосвязь: <https://meet.google.com/ydg-wgkm-pco>

**Аналитическая геометрия** – это раздел математики, В котором геометрические задачи решаются алгебраическими методами. Для того чтобы геометрические понятия перевести на язык алгебры, используют метод координат.

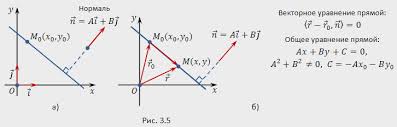
Хотя векторное исчисление приняло современный вид лишь в конце XIX в. в связи с потребностями механики и физики, но его корни уходят в далекое прошлое, причем одним из важнейших источников формирования основных понятий учения о векторах была теоретическая и практическая геометрия, поэтому учение о векторах называли геометрическим анализом или геометрическим исчислением. Идея создания геометрического исчисления была впервые выдвинута в 1679г Г.В. Лейбницем. Еще в конце 16 начале 17 веков Леонардо да Винчи, Галилео Галилей и другие ученые пользовались направленными отрезками для наглядного представления сил в физике. Так нидерландец Симон Стевин изучал равновесие тел на наклонной плоскости и дошел до разложения силы на составляющие – открыл закон параллелограмма сил. Обозначение вектора с помощью черты сверху ввел в начале 19 столетия Карно. 

**Аналитическая геометрия на плоскости.**

**Уравнения прямой на плоскости.**

Уравнение f(x, y)=0 определяет на плоскости некоторую линию, то есть множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют этому уравнению.

1. нормальный вектор - это вектор, перпендикулярный прямой.



Рисуете произвольную прямую и вектор, перпендикулярный этой прямой. На самой прямой отмечаете некоторую точку М0(х0; у0) –фиксированная точка, то есть в задачах ее координаты будут известны. Берем еще одну произвольную точку М(х, у)- это переменная точка. Рассмотрим вектор

*Вектор* Ʇ прямой → Ʇ → скалярное произведение = 0, т.е.  *→ А(х – х*0)+ В(у – у)=0 (1) Уравнение (1) называют уравнением прямой, проходящей через точку М1 перпендикулярно, заданному вектору. Раскроем скобки и приведем подобные, получим уравнение Ах + Ву + С = 0 (2)

Это уравнение называют общим уравнением прямой на плоскости. К такому виду будем приводить все уравнения.

Пример 1: Дана точка М(3; -5) и вектор Составить уравнение прямой.

В уравнение (1) подставим координаты вектора вместо А и В и координаты точки: 7(х – 3) + 4 (у – (-5))=0, преобразуем 7х-21+4у+ 20 = 0 или

7х + 4у – 1 = 0 – искомое уравнение. Замечаете, что координаты нормального вектора не изменились – это коэффициенты перед переменными.

Пример 2: дано уравнение -4х + 8у - 20 =0 . Координаты нормального вектора

или или

Частные случаи уравнения прямой:

а) При С = 0 получим Ах + Ву = 0 – прямая, проходящая через начало координат.

б) При А = 0, получим Ву + С = 0 или у = -С/В – прямая, параллельная оси Ох.

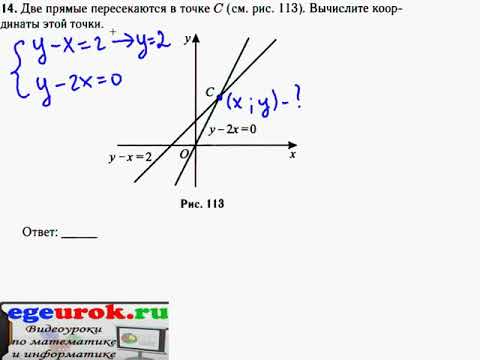
в) При В = 0, получим Ах + С =0 или х = -С/А – прямая параллельная оси Оу.

г) При А = С = 0, получим Ву = 0 или у = 0 – уравнение оси Ох.

д) При В = С = 0, получим х = 0 – уравнение оси Оу.



Чтобы найти точку пересечения прямых, решаем соответствующую систему.



Ошибки?

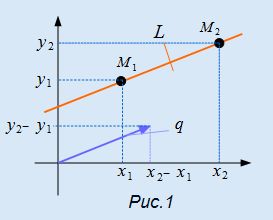
Условия параллельности и перпендикулярности прямых

Ах + Ву + С = 0 и А1х + В1у + С1 = 0 Нормальные векторы прямых и

Условие **параллельности** прямых:

Условие **перпендикулярности** прямых: А\*А1 + В\*В1 =0

1. Направляющий вектор - это вектор, параллельный прямой.



Аналогично берем две точки на прямой и составляем вектор: М1(х1; у1) –фиксированная точка и М(х, у)- это переменная точка,

││ → координаты пропорциональны, т.е.

это каноническое уравнение прямой. (3)

Уравнения являются формальными записями уравнений прямых, параллельных осям Оу и Ох.

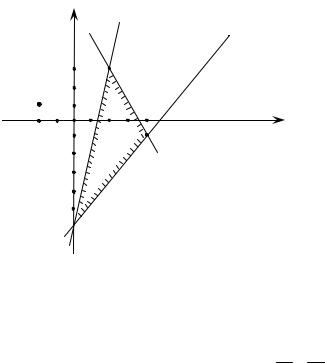
Пример 3: составить уравнение прямой, проходящей через две точки А(5; 9) и В( -2; 7)

показывает направление прямой. Подставляем заданные числа в уравнение (3): так как это пропорция, то по свойству пропорции -2(х-5) = -7(у-9) или -2х+10=-7у+63 или

2х -7у +53 =0 –искомое уравнение, приведенное к общему виду.

Из этого уравнения можно получить -7у= -2х -53 или у= (4) это уравнение прямой с угловым коэффициентом. k=2/7.

Назовите координаты вершин треугольника:



Пример 4: Найти уравнения сторон треугольника АВС, если А(-2; 3), В(7; 4) и С( 1; - 3). Построить этот треугольник и составить систему неравенств, задающих треугольник. Составить уравнение одной из высот треугольника и найти точку пересечения этой высоты с соответствующей стороной.

Составим уравнение прямой АВ, направляющий вектор =   
= (7+(-2); 4 – 3). , подставляем в уравнение (3) координаты вектора и координаты точки (я взяла точку В, можно было взять А, так как прямая проходит и через А и через В)

, отсюда 1(х-7) = 9(у-4), х-7 = 9у – 36, окончательно х - 9у + 29 =0

Любая прямая делит плоскость на две полуплоскости. Чтобы найти нужную, подставим в уравнение полученной прямой координаты третьей вершины С(1; -3), получим 1 – 9\*(-3)+29 = 1 + 27 + 29 0, значит неравенство, задающее полуплоскость имеет вид х – 9у + 29 .

Аналогично для прямой ВС: = = (-6; -7) Уравнение

или -7х + 49 = -6у + 24 или 7х – 6у – 25 = 0, тогда полуплоскость

А(-2; 3) 7\*(-2) -6\*3 – 25 = -14 -18 – 25 , значит 7х – 6у – 25 .

Точно так же находим уравнение прямой АС: = =(3; -6)

, -6х + 6 = 3у + 9 или 6х + 3у +3 = 0.

В (7; 4) → 6\*7 + 3\*4 + 3 =42 + 12 + 3 , значит 6х + 3у + 3

Система неравенств, задающих треугольник:

Составим уравнение высоты этого треугольника, проведенной из вершины А.

Высота – это перпендикуляр из точки А к стороне ВС, значит вектор СВ( или ВС) можно взять как нормальный вектор прямой, на которой лежит эта высота. . Подставляем координаты точки А(-2; 3) и координаты нормального вектора в уравнение (1):

После преобразований получим 6х + 7у – 9 = 0 – уравнение высоты.

Найдем точку М – точку пересечения стороны ВС и найденной высоты

, можете убедиться в том, что эти прямые перпендикулярны? Решим систему. Чтобы избавиться от у, первое уравнение умножим на 6, второе на 7, получим , складывая уравнения получим 85х - 229=0, откуда х = 229/85= , из первого уравнения . Точка пересечения М(2,7; -1).

Пример 5: Найти точку пересечения прямых: х – 3 у – 23 = 0 и х + 2у +7 = 0.

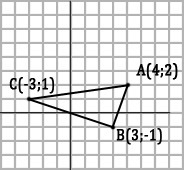
Составим систему

Умножим первое уравнение на -1 и прибавим ко второму

-х + 3у + 23 = 0

х + 2у + 7 = 0, получим 5у + 30 = 0 откуда у = - 6, тогда, подставляя найденное значение в одно из уравнений, получим х + 2 \*(-6) + 7 = 0 или х = 5. Ответ: (5; -6)

**Задания для самостоятельного решения**:

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку М(-1; 3) перпендикулярно вектору .
2. Найти точку пересечения прямых 2х – 3у + 6 = 0 и х + 4у – 19 = 0. Построить в одной координатной плоскости прямые.
3. Взять три точки на плоскости (свои координаты), изобразить их, составить уравнения сторон и систему неравенств, задающих треугольник. Составить уравнение высоты, проведенной из одной (любой) вершины, найти точку пересечения этой высоты со стороной.
4. Проверить перпендикулярность прямых 2х – 5у +7 =0 и 5х + 2у -4 = 0.
5.  Составить уравнения сторон и задать треугольник системой неравенств (для тех, кто сам не может придумать точки). Составить уравнение высоты, проведенной из точки В, проверить перпендикулярность сторон АВ и ВС.

Это упрощенный вариант, те, кто планирует получить на экзамене хорошую оценку, решают №3 ( по своим координатам). Одинаковые варианты принимать не буду. Если решаете №3, то №5 можно не делать.