«Для чего программисту нужен данный курс?»

Изучение его преследует две цели: изучить логические основы процесса написания программ и приобрести навыки строгого формализованного мышления.

Математика является наукой, в которой все истины доказываются с помощью умозаключений. Поэтому для математики большое значение имеют логические теории как средства построения математических знаний. (Logos (греч.) – слово, понятие, рассуждение, разум).

**Логика – это наука, изучающая методы доказательств и опровержений, то есть методы установления истинности или ложности одних высказываний на основе истинности или ложности других.**

Правила вывода, описанные Аристотелем (силлогизмы), были основным инструментом логики вплоть до 17в. Силлогизм – это рассуждение, в котором из двух заданных суждений выводится третье.

Например: 1) Все млекопитающие имеют скелет.

Все киты – млекопитающие.

Значит, все киты имеют скелет.

2) Все квадраты ромбы, все ромбы – параллелограммы. Следовательно, все квадраты – параллелограммы.

Самым знаменитым силлогизмом следует считать парадокс лжеца, известный еще со времен глубокой древности: Некто говорит: ’’я лгу’’. Если он при этом лжет, то сказанное им есть ложь, и, следовательно, он не лжет. Если же он не лжет, то сказанное им есть истина, и, следовательно, он лжет. В любом случае оказывается, что он лжет и не лжет одновременно.

Однако развитие математики выявило недостаточность формальной логики, поэтому в конце 17в. Г.Лейбниц предложил понятия логики обозначить символами, которые соединялись бы по особым правилам. Это позволяло всякое рассуждение заменить вычислением.

Однако, развитие математики выявило недостаточность формальной логики, поэтому в конце 17в. Г.Лейбниц предложил понятия логики обозначить символами, которые соединялись бы по особым правилам. Это позволяло всякое рассуждение заменить вычислением.

Первая реализация идей Г.Лейбница принадлежит английскому математику Дж.Булю (1815-1864). Он создал алгебру, в которой буквами обозначены высказывания, и это привело к алгебре высказываний (или булевой алгебре).

Именно благодаря введению символов в логику была получена основа для

создания новой науки – математической логики.

Именно благодаря введению символов в логику была получена основа для

создания новой науки – математической логики.

Математическая логика – это современная форма логики, которая полностью опирается на формальные математические методы. Применение математики к логике позволило представить логические теории в новой удобной форме и применить вычислительный аппарат к решению задач, малодоступных человеческому мышлению.

***Логика* – это наука, которая учит, как нужно правильно рассуждать, правильно делать умозаключения и выводы, получая в результате правильные высказывания. Логика изучает лишь те акты мышления, которые фиксированы в языке в виде слов, предложений и их совокупности.**

Методы математической логики широко используются при создании компьютеров (алгебра высказываний и булевы функции – математический аппарат для разработки релейно-контактных схем) и математического обеспечения для них (логика предикатов, теория алгоритмов, экспертные системы).

***Основные символы языка логики высказываний:***

1. Пропозициональные переменные **А, В, С,...,А1, В1,..., С5,...** – буквы латинского алфавита (атомы), которые используются для простых высказываний.
2. Логические связки ¬, **∨, ∧, ⇒, ⇔.**
3. Круглые скобки **( ).**

Логические переменные называют пропозициональными. Сокращенная запись формулы, при которой часть формулы обозначается другой буквой, называется пропозициональной формулой.

***Определение формулы логики высказываний (пропозициональной формулы )***

1. Любая пропозициональная переменная является пропозициональной формулой.
2. Если  **А** - пропозициональная формула, то **(А∧В), (А∨В), (А⇒В), (А⇔В), (¬А)** также является пропозициональной формулой.
3. Других формул, кроме как полученных из п.1-2, нет.

***Пример***: **С⇒А∨В** - пропозициональная формула; **⇒А⎤В** - не является пропозициональной формулой.

***Пример.*** Возьмем выражение (А∧В) **⇒** (С∨А). Покажем, что оно является формулой алгебры высказываний.

Доказательство: А, В ,С – логические переменные, которые являются формулами алгебры высказываний (из 1 пункта определения); (А∧В) и (С∨А) тоже являются формулами по 2 пункту определения.

(А∧В) **⇒** (С∨А) тоже является формулами алгебры высказываний по 2 пункту определения. Обозначим А∧В =α, С∨А =β получим α**⇒**β, которая является пропозициональной формулой.

**Как решать логические задачи?**

* Ввести обозначения для высказываний задачи (и исходных, и результата)
* Составить сложное высказывание (логического выражения) из исходных простых высказываний задачи и логических операций
* Вычислить значение полученного выражения при всех возможных значениях исходных высказываний (обычно с помощью таблицы истинности)
* Найти истинное значение выражения и соответствующие ему значения для исходных высказываний. Проверить их по смыслу задачи.
* **Пример .**
* Жили четыре друга. Звали их Альберт, Карл, Дитрих и Фридрих. Фамилии друзей те же, что и имена, только так, что ни у кого из них имя и фамилия не были одинаковыми, кроме того, фамилия Дитриха не Альберт. Определите фамилию и имя каждого мальчика, если дано, что имя мальчика, у которого фамилия Фридрих, есть фамилия того мальчика, имя которого фамилия Карла.
* **Решение.**
* Будем обозначать имя и фамилию каждого мальчика двумя буквами в виде Ху, где «X» - первая буква имени, а «у» - первая буква фамилии. Из условия задачи следует, что нет мальчиков, соответствующих символам Аа, Дд, Кк, Фф, Да, то есть высказывания
* Аа=Дд=Кк=Фф=Да=0. Но есть мальчик Ху такой, что есть мальчики Уф, Кх. Следовательно, истинной является формула Кх&Ху&Уф=1.
* Но Х≠К, так как Кк=0; Х≠Ф, так как иначе будет два мальчика с фамилией Ф. Аналогично, У≠К, У≠Ф. Следовательно, или X=Д, или Х=А. Но X≠Д, так как при Х=Д, У=А и, значит, Ху =Да, что противоречит условию. Значит, Х=А, а У=Д. Поэтому истинной является формула Ка&Ад&Дф&Фк.
* Следовательно, мальчики с именами Карл, Альберт, Дитрих и Фридрих имеют фамилии соответственно Альберт, Дитрих, Фридрих и Карл.

Условимся, простые высказывания называть логическими переменными и обозначать большими буквами и, если высказывание истинно, будем писать A=1, а если ложно, то A=0. Использование 0 и 1 подчеркивает некоторое соответствие между значениями логических переменных и функций в алгебре логики и цифрами в двоичной системе счисления. Это позволяет описывать работу логических схем ЭВМ и проводить их анализ и синтез с помощью математического аппарата алгебры логики. Любое устройство ЭВМ, выполняющее действия над двоичными числами, можно рассмотреть как некоторый функциональный преобразователь. Причем числа на входе — значения входных логических переменных, а число на выходе — значение логической функции, которое получено в результате выполнения определенных операций. Таким образом, этот преобразователь реализует некоторую логическую функцию. Значения логической функции для разных сочетаний значений входных переменных — или, как это иначе называют, наборов входных переменных — обычно задаются специальной таблицей. Такая таблица называется таблицей истинности.

Задача. Даны высказывания:

1. То, что N делится на 15, есть необходимое условие того, чтобы N делилось на 3.
2. То, что N не делится на 3, влечет то, что N не делится на 15.
3. N делится на 3 при условии, что N делится на 15.
4. N не делится на 3 только тогда, когда N не делится на 15.
5. N делится на 3 тогда и только тогда, когда N делится на 15.

Какие из них следуют из высказывания

1. Если N делится на 15, то N делится на 3?