**Линейные дифференциальные уравнения первого порядка**

Д.у первого порядка называется линейным.

Решить его можно двумя способами.

1. **Метод Бернулли**

Решение уравнения ищется в виде y=u\*v где u=u(x), и v=v(x) неизвестные функции от х, причем одна из них произвольная(но не равная 0): , тогда

Подставляя в уравнение, получим

u’v + uv’ + p(x)uv=q(x) или

u’v + u(v’ + p(x)v)=q(x) (\*)

v(x) подбираем так, чтобы v’ + p(x)v=0, значит

– интегрируя, получим

Так как V(x) – произвольная, то возьмем С = 1. Отсюда

- подставим это выражение в (\*)

, окончательно

- общее решение данного д.у.

Подстановка y = u\*v → y’ = u’v + uv’ → u’v + uv’ + 2xuv = 2x

u’v + u(v’ + 2xv) = 2x (\*) v’ + 2xv = 0

подставляем в (\*)

Общее решение примет вид

**Пример 2. Метод Лагранжа** (метод вариации произвольной постоянной)

Метод вариации произвольной постоянной состоит в том, что постоянную С в общем решении однородного (однородное уравнение – это уравнение без правой части) линейного уравнения считаем функцией С = С(х).

Решить уравнение y’ + 2xy = 2x. Вначале решим уравнение y’ + 2xy = 0

Пусть C= C(x), тогда ,

Подставим и , в данное уравнение

, , тогда

-общее решение данного уравнения.

**Пример 3.** Решить уравнение , y(0)=-1

Уравнение является линейным, первого порядка, поэтому пусть y=uv → y’=u’v + uv’, тогда

(\*)

подставляем в (\*)

u’

- общее решение данного д.у

Y = -1 x=0 → -1 = 1(0 – 1 + C) → C = 0

- частное решение данного д.у, соответствующее заданным начальным условиям.

Пояснение:

**Пример 4.** (линейное д.у.)

Пусть y=uv → y’=u’v + uv’, тогда

**Y=uv= ; у =** общее решение данного уравнения.

У(1) = 2, т.е. 2 = 2 + С → С = 0; **у = 2/х** – частное решение данного уравнения, соответствующее заданным начальным условиям.

**Пример 5.** (линейное д.у)

Пусть y=uv → y’=u’v + uv’, тогда

**u’v + uv’ + 3uvtg3x = sin6x;** u’v + u(v’ + 3v tg3x) = sin6x; v’ + 3vtg3x = 0

V = cos3x; u’cos3x = sin6x;

Y = uv= (

**Y =** - общее решение данного уравнения

**Y =**  - частное решение данного уравнения, соответствующее заданным начальным условиям.

**Пример 6**

Пусть y=uv → y’=u’v + uv’, тогда

**u’v + uv’** -

**u’v + u(v’** - **(\*)**

**(\*)**

**y =**

**y = –** общее решение данного д.у.

**-** частное решение, соответствующее данным начальным условиям**.**

**Самостоятельно:**