**Замена переменной под знаком интеграла**

Во многих случаях подынтегральное выражение не позволяет сразу же найти интеграл по таблице. Тогда введение новой переменной интегрирования помогает свести нахождение данного интеграла к нахождению табличного интеграла. Такой метод называется ***методом подстановки*** или ***методом замены переменной***.

Вводится новая переменная, назовём её *t*. Например,

* в интеграле  можем ввести новую переменную ;
* в интеграле  можем ввести новую переменную ;
* в интеграле  можем ввести новую переменную .

Далее *dx* определеяем как дифференциал по переменной *t*. После этого интеграл можно найти по таблице интегралов. Заменив обратно *t* на функцию от *x*, находим данный интеграл окончательно.

Метод подстановки (замены переменной). Общих методов подбора подстановок не существует. Метод заключается во введении новой переменной интегрирования.



**Задание.** Вычислить неопределенный интеграл 

**Решение.** Распишем подынтегральную функцию, используя тригонометрические функции (определение котангенса)



Внесем  под знак дифференциала:



Полученный интеграл можно вычислить, используя табличный интеграл

В результате получим



**Ответ.** 

Или

**Задание.** Вычислить неопределенный интеграл 

**Решение.** Распишем подынтегральную сумму, используя тригонометрические функции (определение котангенса)



Ведем подстановку:



**Задание.** Найти неопределенный интеграл 

**Решение.** Введем замену  и полученный интеграл находим как интеграл от степенной функции:

 ???



Сделаем обратную замену



**Ответ.** 

**Формула**

**Формула**

**Формула**

1.

**Формула**

Формула

**Смешанные интегралы**

**Пример 1.** Найти неопределённый интеграл методом замены переменной:



Решение. Производим замену x − 1 = t; тогда x = t + 1. Отсюда dx = dt. По формуле (1)



Возвращаясь к переменной x, окончательно получаем



**Пример 2.** Найти неопределённый интеграл методом замены переменной:

.

Решение. Положим . Отсюда
.
По формуле (1)

.

Возвращаясь к переменной x, окончательно получаем



1=Ax2 + 3A + Bx2 – Bx + Cx – C = x2(A + B) + x(-B + C) + (3A – C)

Складываем все три уравнения 4А=1, значит А= ¼, В= -1/4, С= -1/4.

Самостоятельно

**Пример 1.** Найти неопределённый интеграл методом замены переменной:

.

**Пример 2.** Найти неопределённый интеграл методом замены переменной:

.

**Пример 3.** Найти неопределённый интеграл методом замены переменной:

.

7.

8.

9.

10.

11.

12.