Методы обработки экспериментальных данных начали разрабатываться более двух веков тому назад в связи с необходимостью решения практических задач по агробиологии, медицине, экономике, социологии. Полученные при этом результаты составили фундамент такой научной дисциплины, как математическая статистика. В научный оборот слово «статистика» ввел немецкий ученый, профессор философии и права Готфрид Ахенваль (1719–1772), определяя этим термином круг вопросов, относящихся к государствоведению: описание государства, его устройства, быта населения, естественных условиях климата и др. Близким к современному пониманию сущности статистки было направление политической арифметики, основоположниками которой являлись английские исследователи: Джон Граунт (1620–1674), торговец, член Лондонского королевского общества; Уильям Петти (1623–1687), экономист, врач, доктор физики, профессор анатомии, изобретатель копировальной машины. Граунт Д. на основе обработки данных о естественном движении населения сделал вывод о существовании тесной связи между интенсивностью демографических процессов и особенностями социальной жизни людей, открыл некоторые закономерности массовых общественных явлений, используя собственный метод обработки и анализа первичных данных. Он попытался также построить таблицы смертности (или таблицы «дожития», показывающие процент доживших до определенного возраста), используемые для целей страхования. Исследования Петти относятся к политической экономии. Петти У. показал, что можно реконструировать информацию при отсутствии достаточного объема исходных данных (то есть с помощью различных расчетов найти нужные характеристики).

Возникновению математической статистики как науки способствовало появление теории вероятностей, развитие ее методов, использование в практических приложениях. Становление статистики связано с именами выдающихся ученых, в числе которых Пьер Симон Лаплас (1749–1827), Симеон Дени Пуассон (1781–1840), Жан Батист Фурье (1768–1830), Ламбер Адольф ﻿ Кетле (1796–1874). Они заложили основы современной статистической методологии, активно применяли полученные методы для установления закономерностей в общественных явлениях.

Современный уровень естественнонаучного эксперимента характеризуется большими потоками информации. При этом визуальный просмотр данных, не говоря уже об анализе, невозможен без применения ЭВМ. Обработка результатов экспериментов предполагает знание основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики. Выявление характерных классов задач в обработке экспериментальных данных и стандартных методов их решения позволяет выделить обработку результатов экспериментов из многообразия задач прикладной статистики. Как правило, основным подходом в решении многих задач является метод наименьших квадратов (МНК) в его различных модификациях. Однако МНК эффективно работает только для линейных моделей, а на практике встречаются ситуации, когда связь искомого параметра с измеряемой величиной сугубо нелинейная. В этом случае применяют нелинейный МНК или другие методы обработки. Знакомство со всеми этими методами расширяет арсенал средств, находящихся в распоряжении обработчика, что особенно важно в сложных случаях, например, когда измерения производятся при воздействии большого числа факторов, мешающих их проведению. Появление электронных таблиц (табличных процессоров) привело к тому, что статистические методы, ранее доступные лишь узкому кругу математиков, стали использоваться широким кругом специалистов разных областей. Дальнейшее развитие программного обеспечения привело к созданию большого количества прикладных пакетов по статистике. Удобной универсальной вычислительной средой для решения задач обработки экспериментальных данных является табличный процессор Microsoft Excel.

**Статистика изучает методы сбора и анализа результатов наблюдений массовых случайных явлений в целях выявления существующих закономерностей. Типичная задача математической статистики — на основании результатов наблюдений оценить вероятность случайного события или характеристики случайной величины. При решении любой задачи математической статистики имеется два источника информации. Первый источник — результаты наблюдений** (экспериментов), причем процесс наблюдений может корректироваться на основании предварительных результатов (так называемый последовательный анализ). **Второй источник — априорная (доопытная)** информация о свойствах изучаемого объекта, накопленная к текущему моменту. Эта информация отражается в статистической модели, выбираемой при решении задачи. Следует заметить, что степень обоснованности применения априорной информации зависит от компетентности и добросовестности конкретного исследователя и неверные исходные

**Математическая статистика — раздел математики, в котором разрабатываются математические методы систематизации и обработки экспериментальных данных с целью изучения закономерностей массовых случайных явлений и использования их для научных и практических выводов. Выделяют: а) описательную статистику; б) теорию оценивания; в) теорию проверки гипотез.**

Обычно исследуют не всю совокупность объектов, а отбирают из неё некоторое количество объектов и исследуют только их. В этом и заключается выборочный метод.

**Генеральной совокупностью** называют совокупность всех объектов, над которыми производят наблюдение.

**Выборочной совокупностью (выборкой)** называют часть отобранных из **генеральной совокупности объектов.**

**Объёмом совокупности** называют **количество объектов в ней**. По выборке судят о генеральной совокупности. Выборка должна правильно представлять генеральную совокупность, то есть быть **репрезентативной**. Это обеспечивается способом отбора и увеличением объёма выборки.

Выборка, в которой меньше 30-ти элементов, называется малой. В противном случае, выборка называется большой. Для выборок малого объема необходимо выбирать специально разработанные методы. Выборочные данные делятся на: а) качественные; б) количественные. Качественные данные представляются (кодируются) определенным числом в соответствии с некоторым свойством.

В дальнейшем будет предполагаться, что наблюдения будут представляться количественной информацией. При этом выделяют: а) данные непрерывного типа – возможно появление любого значения из некоторого интервала; б) данные дискретного типа – возможны лишь изолированные значения из некоторого интервала.

**Первичная обработка** результатов наблюдений. Что такое наблюдаемые данные? **Большой массив беспорядочно расположенных чисел**. Для работы с данными удобно их группировать. Пример. 0 1 2 2 1 2 0 0 0 0 –выборка. Объём выборки: n =10

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| xi | 0 | 1 | 2 |
| ni | 5 | 2 | 3 |
|  wi | 0,5 | 0,2 | 0,3 |

Наблюдаемые значения xi называют **вариантами**. Последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке, называют **вариационным** **рядом**. Частотой варианты называют число ni , показывающее сколько раз встречается данная варианта. Относительной частотой варианты называют отношение частоты к объёму выборки: wi=ni / n. Статистическим распределением выборки (дискретным статистическим рядом) называется перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.

Замечание: сумма всех частот равна объёму выборки;

сумма всех относительных частот равна 1;

относительная частота варианты даёт приближённое значение вероятности этой варианты.

**Интервальный статистический ряд**: 1) разбивают весь интервал, в который попадают варианты, на частичные интервалы; 2) в верхнюю строку записывают полученные интервалы; 3) в нижнюю строку записывают частоту попадания в соответствующий интервал.

27 3,5 21,1 0,8 12,3 18 11 3,4 1,2 5,2 22 17,2 18,1 11,1 0,7 7,9 19 3,2 4,9 25,4 6,1 21,6 22,3 3,4 18,4 3,4 23,2 13,1 6,5 2,4 18,4 14,1 2,1 24,8 17,4 15,1 4,8 19,8 10,4 16,1 3,7 29,4 3,1 28,7 16,4 22,2 1,7 12,4 17 15,3 3,3 14 16,8 10,1 2,4 20 14,1 19 19,8 5,4 2,5 4,1 24,4 0,4 24,7 1,3 13,7 0,1 28 24 17,1 15 3,1 19 0,4 23,1 6,7 4,6 14,8 20,7 16,2 9,4 21,3 13,4 16,1 15,7 11,3 5,1 1,9 2,8 17 2 20,8 3,4 16,7 9,3 15,2 8,7 10,7

 1) разбивают весь интервал, в который попадают варианты, на частичные интервалы; Интервал: числа от 0 до 30. 6 интервалов: [0, 5); [5, 10); [10, 15); [15, 20); [20, 25); [25, 30).

2) в верхнюю строку записывают полученные интервалы; 3) в нижнюю строку записывают частоту попадания в соответствующий интервал

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 0 - 5 | 5 - 10 | 10 - 15 | 15 - 20 | 20 - 25 | 25 - 30 |
| ni | 30 | 10 | 15 | 25 | 15 | 5 |
| wi | 0.3 | 0.1 | 0.15 | 0.25 | 0.15 | 0.05 |

На сколько интервалов разбивать выборку?

k = 1 +3.332 ⋅lg n или k ≤ 5⋅lgn п – объём выборки.

 Замечание: первая из этих формул носит название формула Старджеса.

**№ 20 (самостоятельно)**

15,8 16,0 15,7 16,0 15,7 15,8 15,8 15,9 16,1 15,5

15,7 15,9 16,0 15,7 15,7 15,5 16,2 15,7 15,9 15,8

15,7 15,4 16,0 15,7 15,5 15,8 16,0 15,8 15,9 16,2

15,9 15,6 16,0 15,7 16,1 15,7 16,1 15,9 15,8 15,7

15,9 15,6 15,6 15,8 15,6 15,7 15,6 15,8 15,8 15,9

15,8 15,5 15,9 15,6 15,7 16,0 15,6 15,8 16,0 16,1

15,7 15,5 15,7 15,6 15,5 15,8 16,0 15,4 15,6 15,9

Первый интервал [15.4; 15.5)

Таблица значений q = q($γ;n$)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n | $$γ$$ | n | $$γ$$ |
| 0.95 | 0.99 | 0.999 | 0.95 | 0.99 | 0.999 |
| 5 | 1.37 | 2.67 | 5.64 | 20 | 0.37 | 0.58 | 0.88 |
| 6 | 1.09 | 2.01 | 3.88 | 25 | 0.32 | 0.49 | 0.73 |
| 7 | 0.92 | 1.62 | 2.98 | 30 | 0.28 | 0.43 | 0.63 |
| 8 | 0.80 | 1.38 | 2.42 | 35 | 0.26 | 0.38 | 0.56 |
| 9 | 0.71 | 1.20 | 2.06 | 40 | 0.24 | 0.35 | 0.50 |
| 10 | 0.65 | 1.08 | 1.80 | 45 | 0.22 | 0.32 | 0.46 |
| 11 | 0.59 | 0.98 | 1.60 | 50 | 0.21 | 0.30 | 0.43 |
| 12 | 0.55 | 0.90 | 1.45 | 60 | 0.188 | 0.269 | 0.38 |
| 13 | 0.52 | 0.83 | 1.33 | 70 | 0.174 | 0.245 | 0.34 |
| 14 | 0.48 | 0.78 | 1.23 | 80 | 0.161 | 0.226 | 0.31 |
| 15 | 0.46 | 0.73 | 1.15 | 90 | 0.151 | 0.211 | 0.29 |
| 16 | 0.44 | 0.70 | 1.07 | 100 | 0.143 | 0.198 | 0.27 |
| 17 | 0.42 | 0.66 | 1.01 | 150 | 0.115 | 0.160 | 0.211 |
| 18 | 0.40 | 0.63 | 0.96 | 200 | 0.099 | 0.136 | 0.185 |
| 19 | 0.39 | 0.60 | 0.92 | 250 | 0.089 | 0.120 | 0.162 |

Пример нахождения промежуточного значения:

65= $\frac{60+70}{2}\rightarrow q\left(γ,n\right)=q\left(0.95;65\right)= \frac{0.188+0.174}{2}=0.181$