

ЛЕКЦИЯ №1

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. Закон сохранения электрического заряда

Еще в глубокой древности было известно, что янтарь, потертый о шерсть, притягивает легкие предметы. Английский ученый В.Гильберт (конец XVI в.) назвал тела, способные после натирания притягивать легкие предметы, наэлектризованными. Сейчас мы говорим, что тела при этом приобретают электрические заряды. Несмотря на огромное разнообразие веществ в природе, существуют только два вида электрических зарядов: заряды, подобные возникающим на стекле, потертом о кожу (их называли положительными), и заряды, подобные возникающим на эбоните, потертом о мех (их называли отрицательными); одноименные заряды друг от друга отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Опытным путем (1910-1914 гг.) американский физик Р.Милликен показал, что электрический заряд *дискретен*, т.е. заряд любого тела составляет целое кратное от *элементарного электрического заряда* e ($e=1,6 \cdot 10^{19}$ Кл) *электрон* ($m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг) и *протон* ($m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Электризация тел может осуществляться различными способами, соприкосновением (трением), электростатической индукцией и др. Всякий процесс заряджения сводится к разделению зарядов, при котором на одном из тел (или части юла) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой масти тела) - избыток отрицательного заряда. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: они только перераспределяются между телами.

Из обобщения опытных данных был установлен фундаментальный закон природы, экспериментально подтвержденный в 1843 г. английским физиком М.Фарадеем, - *закон сохранения заряда*: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы не происходили внутри этой системы.

В зависимости от концентрации свободных зарядов тела делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники. *Проводники* - тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему его объему. Проводники делятся на две группы: *первого рода* (металлы) - перенесение в них зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями; *второго рода* (например, расплавленные соли, растворы кислот) - перенесение в них зарядов (положительных и отрицательных ионов) ведет к химическим изменениям. *Диэлектрики* (например, стекло, пластмассы) - тела, в которых практически отсутствуют свободные заряды.

Полупроводники (например, германий, кремний) занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Указанное

деление тел является весьма условным, однако большое различие в них концентраций свободных зарядов обуславливает огромные качественные различия в их поведении и оправдывает поэтому деление тел на проводники, диэлектрики и полупроводники.

Единица электрического заряда (производная единица, так как определяется через единицу силы тока) - кулон (Кл) - электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1А за время 1 с. (см. Приложение).

1.2. Закон Кулона

Закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов установлен в 1785 г. Ш.Кулоном с помощью крутильных весов *Точечным* называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежительно малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является физической абстракцией.

Закон Кулона: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = \frac{k|Q_1Q_2|}{r^2},$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.е. является центральной, и соответствует притяжению в случае разноименных зарядов и отталкиванию в случае одноименных. Эта сила называется *кулоновской*.

В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1Q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (1.1)$$

где \vec{F}_{12} - сила, действующая на заряд Q_1 со стороны заряда Q_2 , \vec{r} - радиус-вектор, соединяющий заряд Q_1 с зарядом Q_2 , $\vec{r} = |\vec{r}_{12}|$ (рис. 1). На заряд Q_2 со стороны заряда Q_1 действует сила $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$, т.е. взаимодействие электрических точечных зарядов удовлетворяет третьему закону Ньютона.

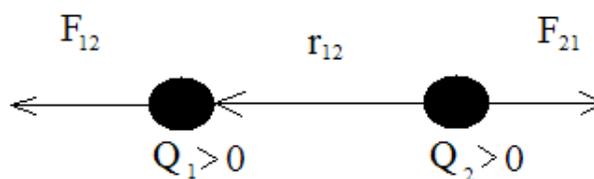


Рис. 1

В СИ коэффициент пропорциональности равен $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

Тогда закон Кулона запишется в окончательном виде

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.2)$$

Величина ϵ_0 называется электрической постоянной; она относится к числу фундаментальных физических постоянных и равна

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Нм}),$$

или $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$, где ф а р а д (Ф) - единица электрической емкости. То-

гда $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$.

ЛЕКЦИЯ №2

1.3. Электростатическое поле.

Напряженность электростатического поля

Если в пространстве, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то на него будет действовать кулоновская сила; значит, там существует *силовое поле*. Согласно представлениям современной физики, поле реально существует и наряду с веществом является одной из форм существования материи, посредством которой осуществляются определенные взаимодействия между макроскопическими телами или частицами, входящими в состав вещества. В данном случае говорят об электрическом поле - поле, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. Мы будем рассматривать электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами и называются *электростатическими*.

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется пробный точечный положительный заряд, т.е. такой, который не искажает исследуемое поле (не вызывает перераспределения зарядов, создающих поле). Если в поле, создаваемое зарядом Q , поместить пробный заряд Q_0 , то на него действует сила F , различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона, пропорциональна пробному заряду Q_0 . Поэтому отношение $\frac{F}{Q_0}$ не зависит от Q_0 и характеризует электрическое поле в той точке, где пробный заряд находится. Эта величина называется напряженностью и является силовой характеристикой электростатического поля.

Напряженность электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$E = \frac{F}{Q_0}. \quad (1.3)$$

Как следует из формул (1.1) и (1.3), напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

или в скалярной форме

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (1.4)$$

Направление вектора \vec{E} совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор \vec{E} направлен вдоль радиус-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробной) положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор \vec{E} направлен к заряду (рис.2).

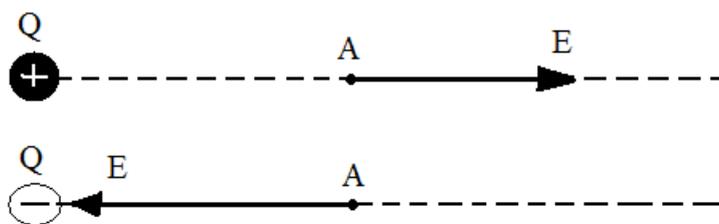


Рис. 2

Из формулы (1.3) следует, что единица напряженности электростатического поля - ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл - напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н; 1 Н/Кл = 1 В/м, где В (вольт) - единица потенциала электростатического поля.

Графически электростатическое поле изображают с помощью *линий напряженности* - линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{E} (рис.3).

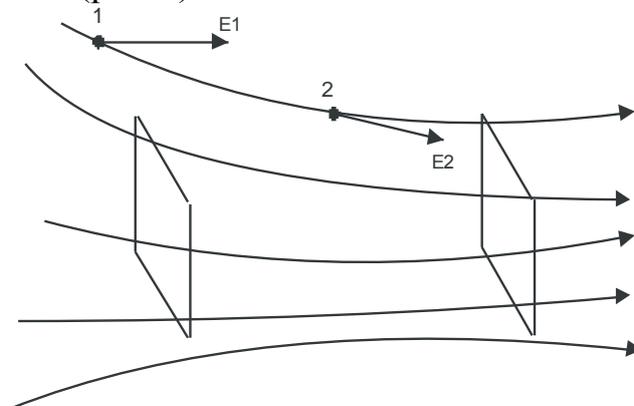


Рис. 3

Линиям напряженности приписывают направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой данной точке про-

странства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для *однородного поля* (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности. Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности - радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис.4а), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. 4б). Вследствие большой наглядности графический способ представления электрического поля широко применяется в электротехнике.



Рис. 4

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой (см. рис.3): число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора \vec{E} . Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль \vec{n} которой образует угол α с вектором \vec{E} , равно $E dS \cos \alpha = E_n dS$, где E_n - проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} к площадке dS (рис. 5).

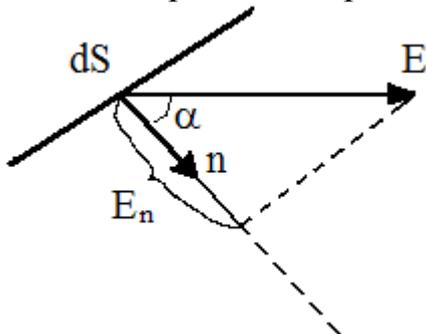


Рис. 5

Величина $d\Phi = E_n dS = \vec{E} \cdot \vec{dS}$ называется *поток вектора напряженности* через площадку dS . Здесь $\vec{dS} = dS \cdot \vec{n}$ - вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с направлением нормали \vec{n} к площадке.

Единица потока вектора напряженности электростатического поля - 1 Вм.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора \vec{E} через эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS}, \quad (1.5)$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S . Поток вектора \vec{E} является алгебраической величиной: зависит не только от конфигурации поля \vec{E} , но и от выбора направления \vec{n} . Для замкнутых поверхностей за положительное на-

правление нормали принимается внешняя нормаль, т.е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

1.4. Теорема Гаусса для электростатического поля

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно значительно упростить, используя выведенную немецким ученым К. Гауссом теорему, определяющую поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность

В соответствии с формулой (1.5) поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r , охватывающую точечный заряд Q , находящийся в ее центре (рис 6),

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E}_n dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Действительно, если окружить сферу (рис. 6) произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность

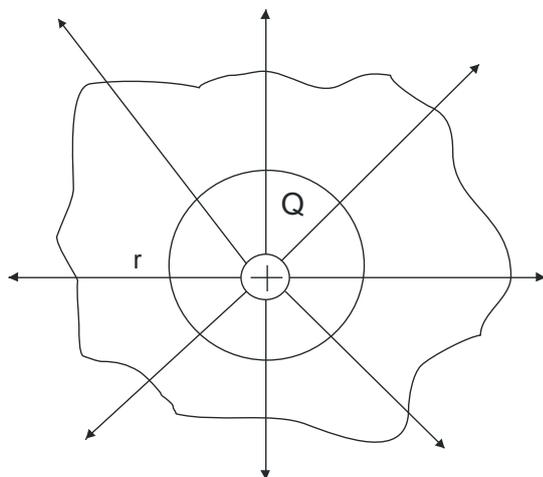


Рис. 6

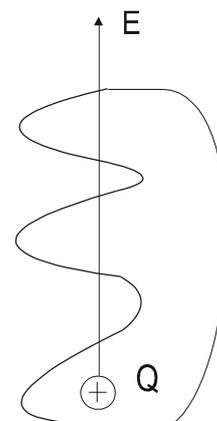


Рис. 7

Если замкнутая поверхность произвольной формы охватывает заряд (рис. 7), то при пересечении любой выбранной линии напряженности с поверхностью она то входит в нее, то выходит из нее. Нечетное число пересечений при вычислении потока в конечном счете сводится к одному пересечению, т.к. поток считается положительным, если линии напряженности выходят из поверхности, и отрицательным для линий, входящих в поверхность.

Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток сквозь нее равен нулю, т.к. число линий напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий напряженности, выходящих из нее.

Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд Q , поток вектора \vec{E} будет равен $\frac{Q}{\epsilon_0}$, т.е.

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (1.6)$$

Знак потока совпадает со знаком заряда Q .

Рассмотрим общий случай произвольной поверхности, окружающей n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность \vec{E} поля, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряженностей \vec{E}_i , создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$. Поэтому

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S (\sum_i \vec{E}_i) d\vec{S} = \sum_i \oint_S \vec{E}_i d\vec{S}.$$

Согласно (1.6), каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен $\frac{Q}{\epsilon_0}$.

Следовательно,

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (1.7)$$

Формула (1.7) выражает *теорему Гаусса* для электростатического поля в вакууме: "поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ϵ_0 ". Эта теорема выведена математически для векторного поля любой природы русским математиком М.В. Остроградским, а затем независимо от него применительно к электростатическому полю - К.Гауссом.

1.5. Применение теоремы Гаусса к расчету некоторых электростатических полей в вакууме

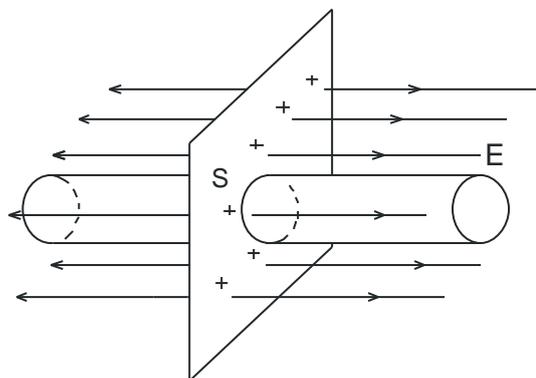


Рис. 8

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости. Бесконечная плоскость (рис.8) заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = \frac{dQ}{dS}$ – заряд, приходящийся на единицу поверхности).

Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей.

Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha=0$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны, и для основания E_n совпадает с E), т.е. $2ES$. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS . Согласно теореме Гаусса, $2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$.

Откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (1.8)$$

Из формулы (1.8) вытекает, что E не зависит от длины цилиндра, т.е. напряженность поля на любых расстояниях одинакова по модулю, иными словами, поле равномерно заряженной плоскости однородно.

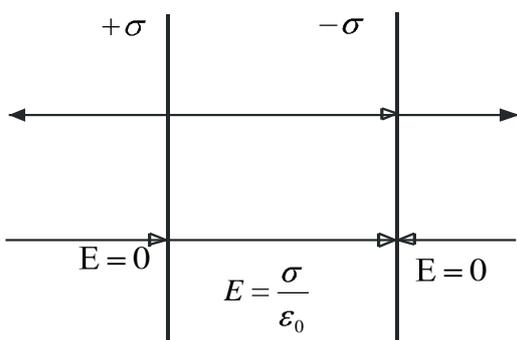


Рис. 9

2. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей (рис.9).

В области между плоскостями $E = E_+ + E_-$ (E_+ и E_- определяются по формуле (1.8)), поэтому результирующая напряженность

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.9)$$

Таким образом, результирующая напряженность поля в области между плоскостями описывается формулой (1.9), а вне объема, ограниченного плоскостями, равна нулю.

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности.

Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом Q заряжена равномерно с поверхностной плотностью σ .

Благодаря равномерному распределению заряда по поверхности поле, создаваемое им, обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально (рис.10).

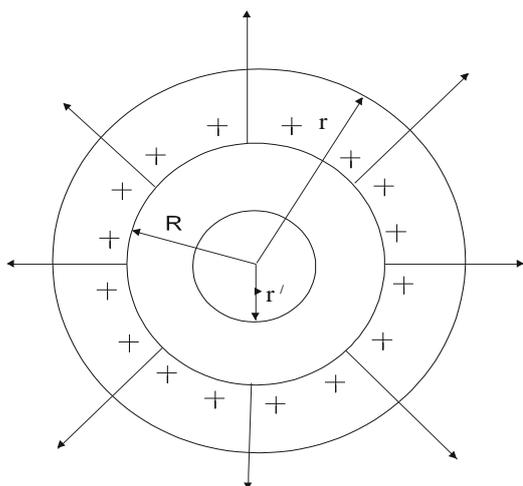


Рис. 10

При $r > R$ поле убывает с расстоянием r по такому же закону, как у точечного заряда. График зависимости E от r приведен на рис. 11.

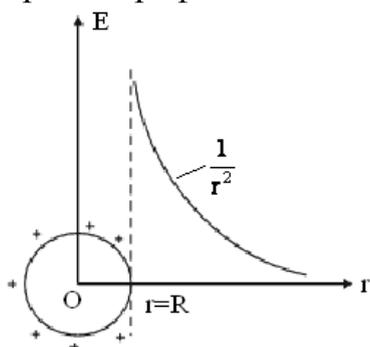


Рис. 11

4. *Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити). Бесконечный цилиндр радиуса R (рис. 12) заряжен равномерно с линейной плотностью τ ($\tau = \frac{dQ}{d\ell}$ - заряд, приходящийся на единицу длины).*

Для расчета напряженности электростатического поля в точке, отстоящей на расстоянии r от оси цилиндра (см. рис.12) или нити, можно воспользоваться формулой (1.11).

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \quad (r \geq R). \quad (1.11)$$

Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области $E=0$. Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного бесконечного цилиндра определяется выражением (1.11), внутри же его поле отсутствует.

ЛЕКЦИЯ №3

Построим мысленно сферу радиусом r , имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд Q , создающий рассматриваемое поле, и, по теореме Гаусса, $E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$.

Откуда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad (r \geq R). \quad (1.10)$$

Если $r < R$, то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферической поверхности электростатическое поле отсутствует ($E=0$).

1.6. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Если в электростатическом поле точечного заряда Q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории (рис.13) перемещается другой точечный заряд Q_0 , то сила, приложенная к заряду, совершает работу. Работа силы \vec{F} на элементарном перемещении $d\vec{\ell}$ равна

$$dA = \vec{F}d\vec{\ell} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} d\ell \cos\alpha.$$

Так как $d\ell \cos\alpha = dr$, то

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dr.$$

Работа при перемещении заряда Q из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right) \quad (1.12)$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек.

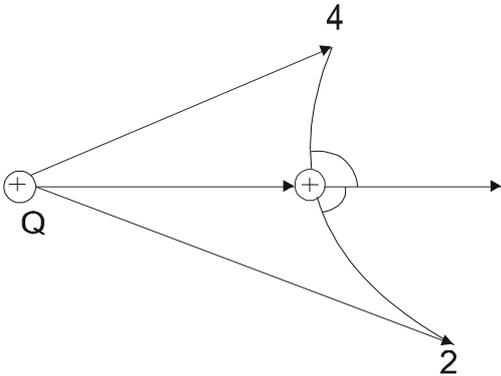


Рис. 13

Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является *потенциальным*, а электростатические силы - *консервативными*.

Из формулы (1.12) следует, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути L , равна нулю, т.е.

$$\oint_L dA = 0. \quad (1.13)$$

Из формулы (1.12) следует, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути L , равна нулю, т.е.

$$\oint_L dA = 0. \quad (1.13)$$

Если в качестве заряда, переносимого в электростатическом поле, взять единичный точечный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на пути $d\vec{\ell}$ равна $\vec{E}d\vec{\ell} = E_1 d\ell$, где $E_1 = E \cos\alpha$ - проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения. Тогда формулу (1.13) можно записать в виде

$$\oint_L \vec{E}d\vec{\ell} = \oint_L E_1 d\ell = 0. \quad (1.14)$$

Интеграл $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_\ell d\ell$ называется *циркуляцией вектора напряженности*. Следовательно, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Силовое поле, обладающее свойством (1.14), называется *потенциальным*. Из обращения в нуль циркуляции векторе \vec{E} следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются и кончаются на зарядах (соответственно на положительных или отрицательных) или же уходят в бесконечность.

1.7. Потенциал электростатического поля

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Как известно, работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии. Поэтому работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right) = U_1 - U_2, \quad (1.15)$$

откуда следует, что потенциальная энергия заряда Q_0 в поле заряда Q равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r} + C.$$

Она определяется не однозначно, а с точностью до произвольной постоянной C . Если считать, что при удалении заряда в бесконечность ($r \rightarrow \infty$) потенциальная энергия обращается в нуль ($U=0$), то $C=0$ и потенциальная энергия заряда Q_0 , находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}. \quad (1.16)$$

Для одноименных зарядов $Q_0Q > 0$ и потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов $Q_0Q < 0$ и потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создается системой n точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots, Q_n , то работа электростатических сил, совершаемых над зарядом Q_0 , равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности. Поэтому потенциальная энергия U заряда Q_0 , находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий U_j , создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = Q_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i}. \quad (1.17)$$

Из формул (1.16) и (1.17) вытекает, что отношение — не зависит от Q_0 и является поэтому энергетической характеристикой электростатического поля, на-

зываемой потенциалом:

$$\varphi_1 = \frac{U}{Q_0}. \quad (1.18)$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Из формул (1.18) и (1.19) следует, что потенциал поля, создаваемого точечным зарядом Q , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (1.19)$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 (см. (1.15), (1.18), (1.19)), может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.20)$$

т.е. равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках. Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля, т.е. в бесконечность, где по условию потенциал равен нулю, то работа сил электростатического поля, согласно (1.20),

$$A_\infty = Q_0\varphi,$$

откуда

$$\varphi = \frac{A_\infty}{Q}. \quad (1.21)$$

Таким образом, потенциал - физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля. Из выражения (1.18) следует, что единица потенциала - вольт (В): 1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл).

Из формул (1.17) и (1.18) вытекает, что если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов всех этих зарядов:

$$U = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}.$$

ЛЕКЦИЯ №4

1.8. Связь напряженности с потенциалом. Эквипотенциальные поверхности

Найдем взаимосвязь между напряженностью электростатического поля, являющейся его силовой характеристикой, и потенциалом - энергетической характеристикой поля

Работа по перемещению единичного точечного положительного заряда из одной точки в другую вдоль оси x при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и $x_2 - x_1 = \partial x$, равна $E \cdot Q \cdot \partial x$. Та же работа равна $Q(\varphi_1 - \varphi_2) = -Q\partial\varphi$. Приравняв оба выражения, можем записать

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad (1.22)$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по x . Повторив аналогичные рассуждения для оси y и z , можно найти вектор \vec{E} :

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right).$$

где \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} - единичные векторы координатных осей x , y , z .

Из определения градиента следует, что выражение $E = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$ можно записать как

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \quad \text{или} \quad \vec{E} = -\nabla\varphi, \quad (1.23)$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ - набла-оператор. Следовательно, напряженность

E поля равна градиенту потенциала со знаком минус.

Знак минус определяется тем, что вектор напряженности \vec{E} поля направлен в сторону убывания потенциала.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля пользуются эквипотенциальными поверхностями и. Линии напряженности, а следовательно, вектор \vec{E} всегда перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям. Поэтому работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности равна нулю.

Эквипотенциальных поверхностей вокруг каждого заряда и каждой системы зарядов можно провести бесчисленное множество. Однако их обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

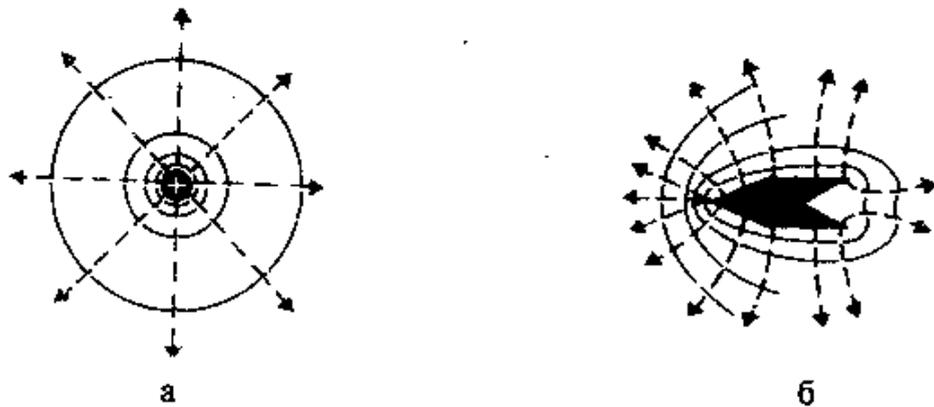


Рис. 14

На рис.14 для примера показан вид линий напряженности (штриховые линии) и эквипотенциальных поверхностей (сплошные линии) полей положительного точечного заряда (а) и заряженного металлического цилиндра, имеющего на одном конце выступ, а на другом - впадину (б).

1.9. Вычисление разности потенциалов по напряженности поля

Установленная связь между напряженностью поля и потенциалом позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками этого поля.

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости определяется формулой $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, где σ - поверхностная плотность заряда.

Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости (используем формулу (1.22)), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1)$$

2. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей определяется формулой

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ Разность потенциалов между плоскостями, расстояние между которыми равно d (см. (1.22)), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E_x dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d. \quad (1.24)$$

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности радиуса R с общим зарядом Q вне сферы ($r > R$) вычисляется

по формуле $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R$, $r_2 > R$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.25)$$

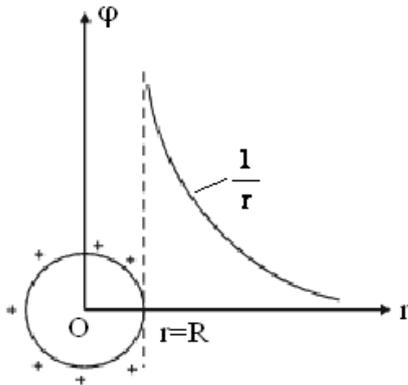


Рис. 15

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$ то потенциал поля внесферической поверхности задается выражением $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ (ср. с формулой (1.19)).

График зависимости приведен на рис. 15

4. Поле равномерно заряженного цилиндра радиуса R , заряженного с линейной плотностью τ , вне цилиндра ($r > R$) определяется формулой $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}$. Следовательно, разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от оси заряженного цилиндра ($r_1 > R$, $r_2 > R$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.26)$$

1.10. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков

Диэлектрики состоят из атомов и молекул. Так как положительный заряд всех ядер молекулы равен суммарному заряду электронов, то молекула в целом электрически нейтральна. Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом $+Q$, находящемся в центре "тяжести" положительных зарядов, а заряд всех электронов - суммарным отрицательным зарядом $-Q$, находящемся в центре "тяжести" отрицательных зарядов, то молекулу можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом, определенным по формуле ($\vec{P} = |Q|\vec{\ell}$), где ℓ - плечо диполя.

Первую группу диэлектриков (N_2 , H_2 , O_2 , CO_2 ,...) составляют вещества, молекулы которых имеют симметричное строение, т.е. центры "тяжести" положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, дипольный момент молекулы \vec{p} равен нулю. Молекулы таких диэлектриков называются неполярными. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные по полю, отрица-

тельные против поля), и молекула приобретает дипольный момент.

Вторую группу диэлектриков (H_2O , NH_3 , SO_2 , CO_2 , ...) составляют вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение, т.е. центры "тяжести" положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Таким образом, эти молекулы в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. Молекулы таких диэлектриков называются полярными. При отсутствии внешнего поля, однако, дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично, и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля и возникает отличный от нуля результирующий момент.

Третью группу диэлектриков ($NaCl$, KCl , KBr , ...) составляют вещества, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать их можно как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

Таким образом, внесение всех трех групп диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика или, иными словами, к поляризации диэлектрика. Поляризацией диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации: электронная, или деформационная, поляризация диэлектрика с неполярными молекулами, заключающаяся в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счет деформации электронных орбит.

Ориентационная, или дипольная, поляризация диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов молекул по полю. Естественно, что тепловое движение препятствует полной ориентации молекул, но в результате совместного действия обоих факторов (электрическое поле и тепловое движение) возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура.

Ионная поляризация диэлектриков с ионными кристаллическими решетками, заключающаяся в смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных - против поля, приводящем к возникновению дипольных моментов.

1.11. Поляризованность. Напряженность поля в диэлектрике

При помещении диэлектрика во внешнее электростатическое поле он поляризуется, т.е. приобретает отличный от нуля дипольный момент $\vec{p}_v = \sum \vec{p}_i$, где \vec{p}_i - дипольный момент одной молекулы. Для количественного описания поляризации диэлектрика пользуются векторной величиной - поляризованностью, определяемой как дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_v}{V} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V}. \quad (1.27)$$

Из опыта следует, что для большого класса диэлектриков (за исключением сегнетоэлектриков) поляризованность \vec{P} линейно зависит от напряженности поля E . Если диэлектрик изотропный и E не слишком велико, то

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (1.28)$$

где χ - диэлектрическая восприимчивость вещества, характеризующая свойства диэлектрика; χ - величина безразмерная; притом всегда $\chi > 0$ и для большинства диэлектриков (твердых и жидких) составляет несколько единиц (хотя, например, для спирта $\chi \approx 25$, для воды $\chi = 80$).

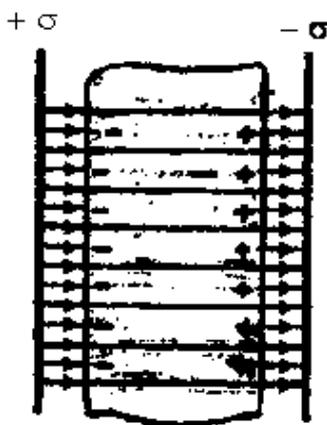


Рис. 16

Для установления количественных закономерностей поля в диэлектрике внесем в однородное внешнее электростатическое поле \vec{E}_0 (создается двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями) пластинку из однородного диэлектрика, расположив ее так, как показано на рис.16.

Под действием поля диэлектрик поляризуется, т.е. происходит смещение зарядов: положительные смещаются по полю, отрицательные - против поля.

В результате этого на правой грани диэлектрика, обращенного к отрицательной плоскости, будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью $+\sigma'$, на левой - отрицательного заряда с поверхностной плотностью $-\sigma'$. Эти некомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются связанными. Так как их поверхностная плотность σ' меньше плотности свободных зарядов плоскостей, то не все поле \vec{E} компенсируется полем зарядов диэлектрика: часть линий напряженности пройдет сквозь диэлектрик, другая же часть - обрывается на связанных зарядах. Следовательно, поляризация диэлектрика вызывает уменьшение в нем поля по сравнению с первоначальным внешним полем. Вне диэлектрика $\vec{E} = \vec{E}_0$.

Таким образом, появление связанных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля \vec{E}' (поля, создаваемого связанными зарядами), которое направлено против внешнего поля \vec{E} (поля, создаваемого свободными зарядами) и ослабляет его. Результирующее поле внутри диэлектрика

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}' .$$

Поле $\vec{E}' = \frac{\sigma'}{\varepsilon}$ (поле, созданное двумя бесконечно заряженными плоскостями), поэтому

$$\vec{E} = \vec{E} - \frac{\sigma'}{\varepsilon} . \quad (1.29)$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов σ' . Полный дипольный момент пластинки диэлектрика $p_v = PV = PSd$, где S - площадь грани пластинки, d - ее толщина. С другой стороны, полный дипольный момент равен произведению связанного заряда каждой грани $Q' = \sigma'S$ на расстояние d между ними, т.е. $p_v = \sigma'Sd$. Таким образом,

$$PSd = \sigma'Sd , \text{ или}$$

$$\sigma' = P \quad (1.30)$$

т.е. поверхностная плотность связанных зарядов равна поляризованности P . Подставив в (1.29) выражения (1.30) и (1.28), получим

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \chi\vec{E} ,$$

откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{1 + \chi} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon} \quad (1.31)$$

Безмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \quad (1.32)$$

называется электрической проницаемостью среды. Сравнивая (1.31) и (1.32), видим, что ε показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком, характеризуя количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

1.12. Электрическое смещение.

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Напряженность электростатического поля зависит от свойств среды. В однородной изотропной среде напряженность поля E обратно пропорциональна с Вектор напряженности \vec{E} , переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при

расчете электростатических полей. Поэтому оказалось необходимым помимо вектора напряженности характеризовать поле еще в е к т о р о м э л е к т р и ч е с к о г о с м е щ е н и я , который для электрически изотропной среды по определению равен

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (1.33)$$

Используя формулы (1.32) и (1.27), вектор электрического смещения можно выразить как

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (1.34)$$

Единица электрического смещения - кулон на метр в квадрате (Кл/м²).

Рассмотрим, с чем можно связать вектор электрического смещения. Связанные заряды появляются в диэлектрике при наличии внешнего электростатического поля, создаваемого системой свободных электрических зарядов, т.е. в диэлектрике на электростатическое поле свободных зарядов накладывается дополнительное поле связанных зарядов. Результирующее поле в диэлектрике описывается вектором напряженности \vec{E} , и потому он зависит от свойств диэлектрика. Вектором \vec{D} описывается электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами. Связанные заряды, возникающие в диэлектрике, могут вызвать, однако, перераспределение свободных зарядов, создающих поле.

Поэтому вектор \vec{D} характеризует электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами, но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика

Аналогично, как и поле \vec{E} , поле \vec{D} изображается с помощью линий электрического смещения, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности.

Линии вектора \vec{E} могут начинаться на любых зарядах - свободных и связанных, в то время как линии вектора \vec{D} - только на свободных зарядах. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора \vec{D} проходят не прерываясь.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора \vec{D} сквозь эту поверхность

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i, \quad (1.35)$$

т.е. поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов.

В такой форме теорема Гаусса справедлива для электростатического поля как для однородной и изотропной, так и для неоднородной и анизотропной

сред.

1.13. Условия на границе двух диэлектриков

Рассмотрим границу между двумя диэлектриками с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 (рис. 17). Выберем на этой поверхности произвольно направленную ось x . Возьмем небольшой прямоугольный контур длины a и ширины b , который частично проходит в первом диэлектрике, частично – во втором. Ось x проходит через середину сторон b .

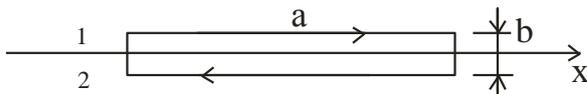


Рис.17

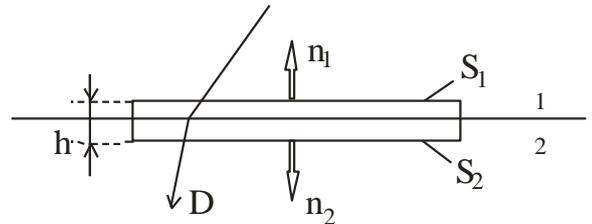


Рис. 18

Пусть в диэлектриках создано поле, напряженность которого в первом диэлектрике равна E_1 , а во втором E_2 . Вследствие того, что $\nabla \cdot E = 0$, циркуляция вектора E по выбранному нами контуру должна быть равна нулю. При малых размерах контура и указанном на рис.17 направлении обхода циркуляции вектора E может быть представлена в виде

$$\oint E_\ell d\ell = E_{1x} a - E_{2x} a + \langle E_b \rangle 2b, \quad (1.36)$$

где $\langle E_b \rangle$ – среднее значение E_ℓ на перпендикулярных к границе участках контура. Приравняв это выражение нулю, придем к соотношению

$$E_{2x} - E_{1x} a = \langle E_b \rangle 2b.$$

В пределе, при стремящейся к нулю ширине контура b , получается равенство

$$E_{1x} = E_{2x}. \quad (1.37)$$

Значения проекций векторов E_1 и E_2 на ось x берутся в непосредственной близости к границе диэлектриков.

Соотношение (1.37) выполняется при произвольном выборе оси x , нужно лишь, чтобы эта ось лежала в плоскости раздела диэлектриков. Из (1.37) следует, что при таком выборе оси x , при котором $E_{1x}=0$, проекция E_{2x} также будет равна нулю. Это означает, что векторы E_1 и E_2 в двух близких точках, взятых по разные стороны границы, лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности раздела. Представим каждый из векторов E_1 и E_2 в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих:

$$E_1 = E_{1n} + E_{1\tau}; \quad E_2 = E_{2n} + E_{2\tau}.$$

В соответствии с (1.37)

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \quad (1.38)$$

Здесь $E_{i\tau}$ – проекция вектора E_i на орт τ , направленный вдоль линии пересечения плоскости раздела диэлектриков с плоскостью, в которой лежат векторы E_1 и E_2 .

Заменив согласно $D = \epsilon_0 \epsilon E$ проекции вектора E проекциями вектора D , деленными на $\epsilon_0 \epsilon$, получим соотношение

$$\frac{D_{1\tau}}{\epsilon_0 \epsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\epsilon_0 \epsilon_2},$$

из которого следует, что

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (1.39)$$

Теперь возьмем на границе диэлектриков воображаемую цилиндрическую поверхность высоты h (рис. 18). Основание S_1 расположено в первом диэлектрике, основание S_2 – во втором. Оба основания одинаковы по величине ($S_1 = S_2 = S$) и настолько малы, что в пределах каждого из них поле можно считать однородным. Применим к этой поверхности теорему Гаусса $\Phi_D = \sum q_i$. Если сторонних зарядов на границе между диэлектриками нет, правая часть равна нулю. Следовательно $\Phi_D = 0$.

Поток через основание S_1 равен $D_{1n}S$, где D_{1n} – проекция вектора D в первом диэлектрике на нормаль n_1 . Аналогично поток через основание S_2 равен $D_{2n}S$, где D_{2n} – проекция вектора D во втором диэлектрике на нормаль n_2 . Поток через боковую поверхность можно представить в виде $\langle D_n \rangle S_{\text{бок}}$, где $\langle D_n \rangle$ – значение D_n , усредненное по всей боковой поверхности, $S_{\text{бок}}$ – величина этой поверхности. Таким образом можно написать

$$\Phi_D = D_{1n}S + D_{2n}S + \langle D_n \rangle S_{\text{бок}} = 0. \quad (1.40)$$

Если устремить высоту цилиндра h к нулю, $S_{\text{бок}}$ также будет стремиться к нулю. Поэтому в пределе получится соотношение

$$D_{1n} = -D_{2n}.$$

Здесь D_{in} – проекция на n_i вектора D в i -м диэлектрике в непосредственной близости к его границе с другим диэлектриком. Знаки проекций оказались разными вследствие того, что нормали n_1 и n_2 к основаниям цилиндра имеют противоположные направления. Если проецировать D_1 и D_2 на одну и ту же нормаль, получится условие

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (1.41)$$

Заменив согласно $D = \epsilon_0 \epsilon E$ проекции D соответствующими проекциями вектора E , умноженными на $\epsilon_0 \epsilon$, получим соотношение

$$\epsilon_0 \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_0 \epsilon_2 E_{2n},$$

из которого следует, что

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (1.42)$$

Полученные нами результаты означают, что при переходе через границу раздела двух диэлектриков нормальная составляющая вектора D и тангенциальная составляющая вектора E изменяются непрерывно. Тангенциальная же составляющая вектора D и нормальная составляющая вектора E при переходе

через границу раздела претерпевают разрыв.

Соотношения (1.38), (1.39), (1.41) и (1.42) определяют условия, которым должны удовлетворять векторы E и D на границе двух диэлектриков (в том случае, если на этой границе нет сторонних зарядов). Мы получили эти соотношения для электростатического поля. Однако они справедливы и для полей, изменяющихся со временем.

Найденные нами условия справедливы и для границы диэлектрика с вакуумом. В этом случае одну из диэлектрических проницаемостей нужно положить равной единице.

Заметим, что условие (1.41) можно получить, исходя из того факта, что линии смещения проходят через границу раздела двух диэлектриков, не прерываясь. В соответствии с правилом проведения линий число линий, приходящих к площадке ΔS из первого диэлектрика, равно $D_1 \Delta S_1 = D_1 \Delta S \cos \alpha_1$. Аналогично число линий, выходящих из площадки ΔS во второй диэлектрик, равно $D_2 \Delta S_2 = D_2 \Delta S \cos \alpha_2$. Если линии не терпят на границе разрыва, оба эти числа должны быть одинаковыми:

$$D_1 \Delta S \cos \alpha_1 = D_2 \Delta S \cos \alpha_2.$$

Сократив на ΔS и приняв во внимание, что произведение $D \cos \alpha$ дает величину нормальной составляющей вектора D , приходим к условию (1.41).

На границе диэлектриков линии смещения терпят излом (преломляются), вследствие чего угол α между нормалью к поверхности раздела и линией D изменяется. Из рис. 4 следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{D_1}{D_{1n}} : \frac{D_2}{D_{2n}},$$

откуда с учетом формул (5) и (7) получается закон преломления линий электрического смещения:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (1.42)$$

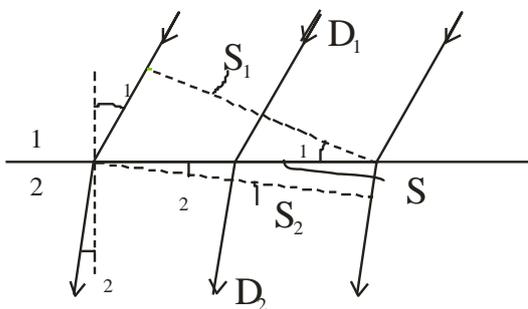


Рис. 19

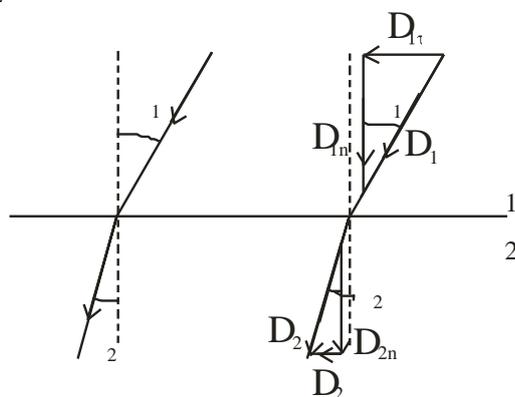


Рис. 20

При переходе в диэлектрик с меньшей ϵ угол, образуемый линиями смещения с нормалью, уменьшается, следовательно, линии располагаются реже; при переходе в диэлектрик с большей ϵ линии смещения, напротив, сгущаются.

1.14. Силы, действующие на заряд в диэлектрике

Если в электрическое поле в вакууме внести заряженное тело столь малых размеров, что внешнее поле в пределах тела можно считать однородным, то на тело будет действовать сила

$$F = qE. \quad (1.43)$$

Чтобы заряженное тело поместить в поле, созданное в диэлектрике, в последнем нужно сделать полость. В жидком или газообразном диэлектрике такую полость образует само тело, вытесняя диэлектрик из занимаемого им объема. Поле внутри полости $E_{\text{пол}}$ будет отлично от поля E в сплошном диэлектрике. Таким образом, силу, действующую на помещенное в полость заряженное тело, нельзя вычислять как произведение заряда q на напряженность поля E , существовавшую в диэлектрике до внесения в него тела.

Вычисляя силу, действующую на заряженное тело в жидком или газообразном диэлектрике, нужно учитывать еще одно обстоятельство. На границе с телом в диэлектрике возникают механические натяжения, что приводит к появлению дополнительной механической силы $F_{\text{нат}}$, действующей на тело.

Таким образом, сила, действующая на заряженное тело в диэлектрике, не может быть определена по формуле (1.43), и задача ее вычисления обычно бывает весьма сложной. Для жидкого и газообразного диэлектрика вычисления дают любопытный результат. Оказывается, что результирующая электрической силы $qE_{\text{пол}}$ и механической силы $F_{\text{нат}}$ равна в точности qE , где E – напряженность поля в сплошном диэлектрике:

$$F = qE_{\text{пол}} + F_{\text{нат}} = qE. \quad (1.44)$$

Напряженность поля, создаваемого в однородном безграничном диэлектрике точечным зарядом, определяется формулой $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}$. Следовательно,

для силы взаимодействия двух точечных зарядов, погруженных в однородный безграничный диэлектрик, получается выражение

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{\epsilon r^2}. \quad (1.45)$$

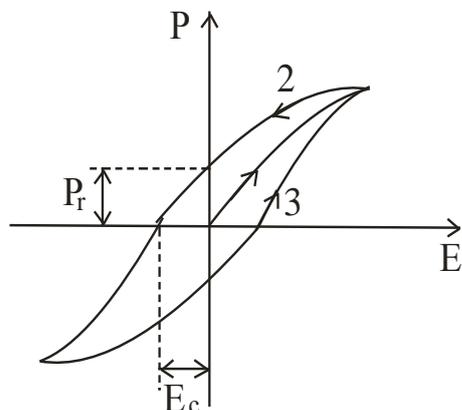
Эта формула выражает закон Кулона для зарядов, находящихся в диэлектрике. Она справедлива только для жидких и газообразных диэлектриков.

1.15. Сегнетоэлектрики

Существует группа веществ, которые могут обладать спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью в отсутствие внешнего поля. Это явление было первоначально открыто для сегнетовой соли, в связи с чем подобные вещества получили название *сегнетоэлектриков*.

Сегнетоэлектрики отличаются от остальных диэлектриков рядом характерных особенностей:

1. В то время как у обычных диэлектриков ϵ составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков (у воды, например $\epsilon=81$), диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков бывает порядка нескольких тысяч.



2. Зависимость P от E не является линейной (ветвь 1 на кривой, изображенной на рис. 21). Следовательно, диэлектрическая проницаемость оказывается зависящей от напряженности поля.

3. При изменениях поля значения поляризованности P (а следовательно и смещения D) отстают от напряженности поля E , в результате чего P и D определяются не только величиной E в данный момент, но и предшествующими значениями E , т.е.

зависят от предыстории диэлектрика. Это явление называется **гистерезисом**. При циклических изменениях поля зависимость P от E следует изображенной на рис. 21 кривой, называемой **петлей гистерезиса**. При первоначальном включении поля поляризованность растет с E в соответствии с ветвью 1 кривой. Уменьшение P происходит по ветви 2. При обращении E в нуль вещество сохраняет значение поляризованности P_r , называемое **остаточной поляризованностью**. Только под действием противоположно направленного поля напряженности E_c поляризованность становится равной нулю. Это значение напряженности называется **коэрцитивной силой**. При дальнейшем изменении E получается ветвь 3 петли гистерезиса, и т.д.

Поведение поляризованности сегнетоэлектриков аналогично поведению намагниченности ферромагнетиков. По этой причине сегнетоэлектрики называют иногда **ферроэлектриками**.

Сегнетоэлектриками могут быть только кристаллические вещества, причем такие, у которых отсутствует центр симметрии. Так, например, кристаллы сегнетовой соли принадлежат к ромбической системе. Взаимодействие частиц в кристалле сегнетоэлектрика приводит к тому, что их дипольные моменты спонтанно устанавливаются параллельно друг другу. В исключительных случаях одинаковая ориентация дипольных моментов распространяется на весь кристалл. Обычно же в кристалле возникают области, в пределах каждой из которых дипольные моменты параллельны друг другу, однако направления поляризации разных областей бывают различны, так что результирующий момент всего кристалла может быть равен нулю. Области спонтанной поляризации называются также **доменами**. Под действием внешнего поля моменты доменов поворачиваются как целое, устанавливаясь по направлению поля.

ЛЕКЦИЯ №5,6

1.16. Равновесие зарядов на проводнике

Носители заряда в проводнике способны перемещаться под действием сколь угодно малой силы. Поэтому для равновесия зарядов на проводнике необходимо выполнение следующих условий:

1. Напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна нулю:

$$E = 0. \quad (1.46)$$

В соответствии с $E = -\nabla\varphi$ это означает, что потенциал внутри проводника должен быть постоянным ($\varphi = \text{const}$).

2. Напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности:

$$E = E_n. \quad (1.47)$$

Следовательно, в случае равновесия зарядов поверхность проводника будет эквипотенциальной.

Если проводящему телу сообщить некоторый заряд q , то он распределится так, чтобы соблюдались условия равновесия. Представим себе произвольную замкнутую поверхность, полностью заключенную в пределах тела. При равновесии зарядов поле в каждой точке внутри проводника отсутствует; поэтому поток вектора электрического смещения через поверхность равен нулю. Согласно теореме Гаусса сумма зарядов внутри поверхности также будет равна нулю. Это справедливо для поверхности любых размеров, проведенной внутри проводника произвольным образом. Следовательно, при равновесии ни в каком месте внутри проводника не может быть избыточных зарядов – все они распределяются по поверхности проводника с некоторой плотностью σ .

Поскольку в состоянии равновесия внутри проводника избыточных зарядов нет, удаление вещества из некоторого объема, взятого внутри проводника, никак не отразится на равновесном расположении зарядов. Таким образом, избыточный заряд распределяется на полой проводнике также, как и на сплошном, т. е. по его наружной поверхности. На поверхности полости в состоянии равновесия избыточные заряды располагаться не могут. Этот вывод вытекает также из того, что одноименные элементарные заряды, образующие данный заряд q , взаимно отталкиваются и, следовательно, стремятся расположиться на наибольшем расстоянии друг от друга.

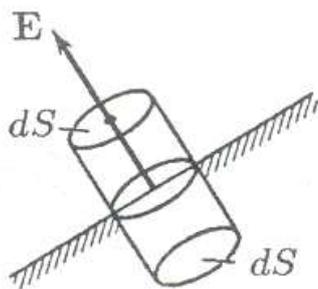


Рис. 22

Представим себе небольшую цилиндрическую поверхность, образованную нормальями к поверхности проводника и основаниями dS , одно из которых расположено внутри, а другое вне проводника (рис. 22). Поток вектора электрического смещения через внутреннюю часть поверхности равен нулю, так как внутри проводника E , а значит, и D равны нулю.

Вне проводника в непосредственной близости к нему напряженность поля E направлена по нормали n поверхности. Поэтому для выступающей наружу боковой поверхности цилиндра $D_n=0$, а для внешнего основания $D_n=D$ (внешнее основание предполагается расположенным очень близко к поверхности проводника). Следовательно, поток смещения через рассматриваемую поверхность равен DdS , где D – смещение в непосредственной близости к поверхности проводника. Внутри цилиндра содержится сторонний заряд σdS (σ - плотность заряда в данном месте поверхности проводника). Применяв теорему Гаусса, получим: $DdS = \sigma dS$, т. е. $D = \sigma$. Отсюда следует, что напряженность поля вблизи поверхности проводника равна

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad (1.48)$$

где ϵ - диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

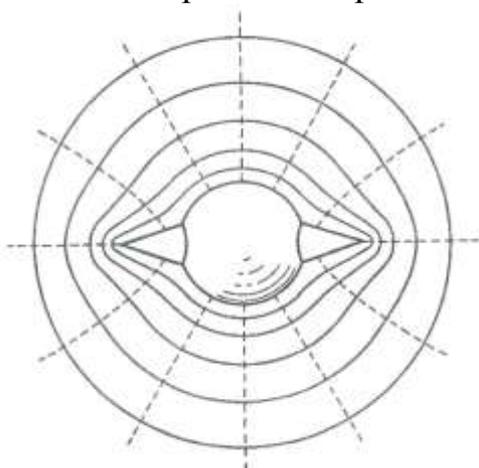


Рис. 23

Рассмотрим поле, создаваемое изображенным на рис. 23 заряженным проводником. На больших расстояниях от проводника эквипотенциальные поверхности имеют характерную для точечного заряда форму сферы (на рисунке из-за недостатка места сферическая поверхность изображена на небольшом расстоянии от проводника; штриховыми линиями показаны линии напряженности поля). По мере приближения к проводнику эквипотенциальные поверхности становятся все

более сходными с поверхностью проводника, которая является эквипотенциальной. Вблизи выступов эквипотенциальные поверхности располагаются гуще, значит, и напряженность поля здесь больше. Следовательно, плотность зарядов на выступах особенно велика (см. (1.48)). К такому же выводу можно прийти, учтя, что из-за взаимного отталкивания заряды стремятся расположиться как можно дальше друг от друга.

Вблизи углублений в проводнике эквипотенциальные поверхности расположены реже (рис. 23). Соответственно напряженность поля и плотность зарядов в этих местах будут меньше. Вообще, плотность зарядов при данном потенциале проводника определяется кривизной поверхности - она растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости). Особенно велика бывает плотность зарядов на остриях. Поэтому напряженность поля вблизи остриев может быть настолько большой, что возникает ионизация молекул газа, окружающего проводник. Ионы иного знака, чем q , притягиваются к проводнику и нейтрализуют его заряд. Ионы того же знака, что и q , начинают двигаться от проводника, увлекая с собой нейтральные молекулы газа. В результате возникает ощутимое движение газа, называемое электрическим ветром. Заряд проводника уменьша-

ется, он как бы стекает с острия и уносится ветром. поэтому такое явление называют истечением заряда с острия.

1.17. Проводники в электростатическом поле

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться. Перемещение зарядов продолжается до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль. Это происходит в течение очень короткого времени.

Отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ($\varphi = \text{const}$), т.е. поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной. Отсюда следует, что вектор напряженности поля на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей E заряды начали бы по поверхности проводника перемещаться, что, в свою очередь, противоречило бы равновесному распределению зарядов.

Если проводнику сообщить некоторый заряд Q , то uncompensated заряды располагаются только на поверхности проводника.

Напряженность электростатического поля на поверхности проводника определяется поверхностной плотностью зарядов.

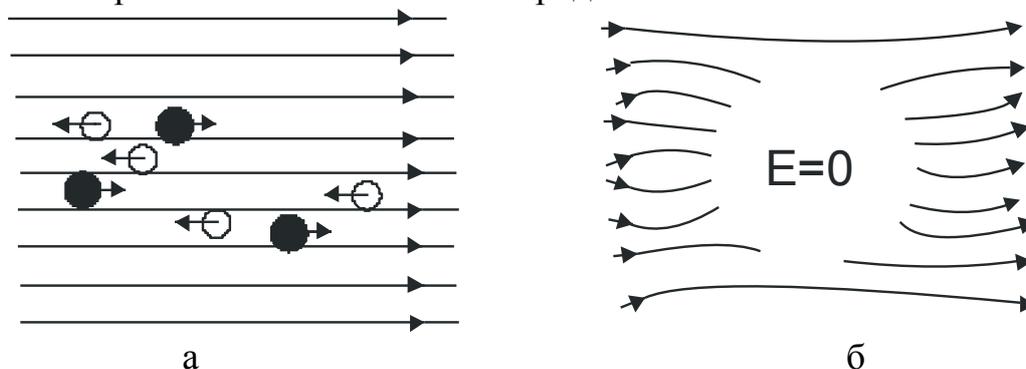


Рис. 24

Если во внешнее электростатическое поле внести нейтральный проводник, то свободные заряды (электроны, ионы) будут перемещаться: положительные - по полю, отрицательные - против поля (рис. 24, а). На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом - избыток отрицательного. Эти заряды называются индуцированными. Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника перпендикулярными его поверхности (рис. 24, б). Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах.

дах и вновь начинаются на положительных. Индуцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется электростатической индукцией.

Из рис. 24,б следует, что индуцированные заряды появляются на проводнике вследствие смещения их под действием поля.

Так как в состоянии равновесия внутри проводника заряды отсутствуют, то создание внутри него полости не повлияет на конфигурацию расположения зарядов и тем самым на электростатическое поле. Следовательно, внутри полости поле будет отсутствовать. Если теперь этот проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т.е. полость полностью изолирована от влияния внешних электростатических полей. На этом основана электростатическая защита - экранирование тел, например, измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей.

1.18. Электрическая емкость уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал прямо пропорционален заряду проводника. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, принимают различные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать:

$$Q = C\varphi$$

Величину

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad (1.49)$$

называют электроемкостью (или просто емкостью) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщением которого проводнику изменяет его потенциал на единицу

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Единица электроемкости - фарад (Ф): 1 Ф - емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл.

Согласно (1.19), потенциал уединенного шара радиуса R , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\epsilon R}$$

Используя формулу (1.49), получим: емкость шара

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (1.50)$$

Отсюда следует, что емкостью в 1Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус $R = \frac{C}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^6$ км, что примерно в

1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли 00,7 мФ). Следовательно, фарад - очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы - миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ), нанофарад - (нФ), пикофарад (пФ). Из формулы (1.50) вытекает также, что единица электрической постоянной ϵ_0 фарад на метр (Ф/м).

1.19. Конденсаторы

Для того чтобы проводник обладал емкостью, он должен иметь, очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название **к о н д е н с а т о р о в**.

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды, причем ближайшими к наводящему заряду Q будут заряды противоположного знака. Они, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом Q , т.е. понижают потенциал проводника, что приводит к повышению его электроемкости.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На его емкость не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют две плоские пластины, два коаксиальных цилиндра, две концентрические сферы. Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на **плоские**, **цилиндрические** и **сферические**.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, но шикающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноименными зарядами. Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению заряда Q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) между его обкладками:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (1.51)$$

Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды $+Q$ и $-Q$. Величина расстояния между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками считать однородным. Его можно рассчитать, используя формулы ($\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$) и (1.51). При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними согласно (1.24):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad (1.52)$$

где ϵ - диэлектрическая проницаемость. Тогда из формулы (1.38), заменяя $Q = \sigma S$, с учетом (1.52) получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}. \quad (1.53)$$

Емкость конденсатора любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому применение в качестве прослойки сегнетоэлектриков значительно увеличивает емкость конденсаторов.

Конденсаторы характеризуются пробивным напряжением - разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой - электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединение.

1. Параллельное соединение конденсаторов (рис. 24).

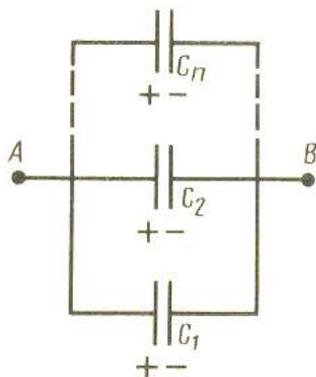


Рис. 24

а заряд батареи конденсаторов

У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках одинакова и равна $\varphi_A - \varphi_B$. Если емкость отдельных конденсаторов C_1, C_2, \dots, C_n , то, согласно (1.51), их заряды равны

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 (\varphi_A - \varphi_B) \\ Q_2 &= C_2 (\varphi_A - \varphi_B) \\ Q_n &= C_n (\varphi_A - \varphi_B) \end{aligned}$$

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) (\varphi_A - \varphi_B)$$

Полная емкость конденсатора

$$C = \frac{Q}{\varphi_A - \varphi_B} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i,$$

т.е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

2. Последовательное соединение конденсаторов (рис. 19).

У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи $\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i$, где для любого из рассматриваемых конденсаторов $\Delta\varphi_i = \frac{Q}{C_i}$.

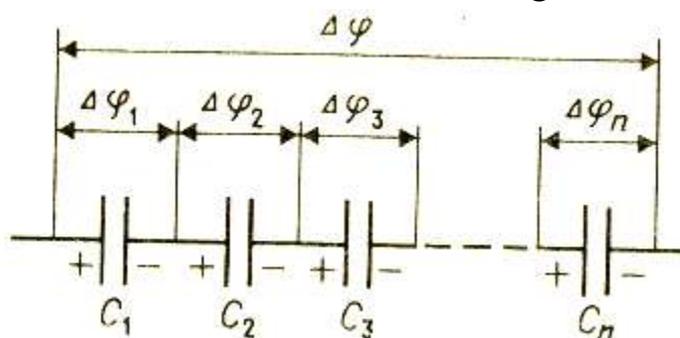


Рис. 25

С другой стороны,

$$\Delta\varphi = \frac{Q}{C} = Q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

Откуда

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

т.е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

1.20. Энергия системы зарядов уединенного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля

1. Энергия системы неподвижных точечных зарядов. Электростатические силы взаимодействия консервативны, следовательно, система зарядов обладает потенциальной энергией. Найдем потенциальную энергию системы двух неподвижных точечных зарядов Q_1 и Q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого обладает потенциальной энергией:

$$W_1 = Q_1\varphi_{12}, \quad W_2 = Q_2\varphi_{21}$$

где φ_{12} и φ_{21} - соответственно потенциалы, создаваемые зарядом Q_2 в точке нахождения заряда Q_1 , и зарядом Q_1 в точке нахождения заряда Q_2 . Согласно (1.19),

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_2}{r} \quad \text{и} \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{r},$$

поэтому $W_1 = W_2 = W$ и $W = Q_1\varphi_{12} = Q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2} [Q_1\varphi_{12} + Q_2\varphi_{21}]$. Добавляя к системе и двух рядов последовательно заряды Q_3, Q_4, \dots , можно убедиться в том, что и случае n неподвижных зарядов энергия взаимодействия системы точечных зарядов равна

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i, \quad (1.54)$$

(φ_i - потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд Q_i , всеми зарядами кроме i -го)

2. Энергия заряженного уединенного проводника. Пусть имеется уединенный проводник, заряд, ёмкость и потенциал которого соответственно равны Q, C, φ . Увеличим заряд проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на эту работу равную

$$dA = \varphi \cdot dQ = C \cdot \varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C \cdot \varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (1.55)$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}. \quad (1.56)$$

Эту формулу можно получить и из того, что потенциал проводника во всех его точках одинаков, так как поверхность проводника является эквипотенциальной. Полагая потенциал проводника равным φ из (1.54) найдем

$$W = \varphi \sum_i \frac{Q_i}{2} = \frac{Q\varphi}{2}$$

где $Q = \sum_i Q_i$ - заряд проводника.

3. Энергия заряженного конденсатора. Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая в соответствии с формулой (1.56) равна

$$W = \frac{C (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}, \quad (1.57)$$

где Q - заряд конденсатора, C - его емкость, $\varphi_1 - \varphi_2$ - разность потенциалов между обкладками.

4. Энергия электростатического поля. Преобразуем формулу (1.57), выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$ и разности потенциалов между его обкладками ($\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$). Тогда получим

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 S d}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 V}{2}, \quad (1.58)$$

где $V = S d$ - объем конденсатора. Формула (1.58) показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, - напряженность E .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}. \quad (1.59)$$

Это выражение справедливо только для изотропного диэлектрика, для которого выполняется соотношение:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \vec{E}$$

Формулы (1.57) и (1.58) соответственно связывают энергию конденсатора с зарядом на его обкладках и напряженностью поля. Возникает, естественно, вопрос о локализации электростатической энергии и что является ее носителем - заряды или поле? Ответ на этот вопрос может дать только опыт. Электростатика изучает постоянные во времени поля неподвижных зарядов, т.е. в ней поля и обусловившие их заряды неотделимы друг от друга. Поэтому электростатика ответить на поставленные вопросы не может. Дальнейшее развитие теории и эксперимента показало, что переменные во времени электрические и магнитные поля могут существовать обособленно, независимо от возбудивших их зарядов, и распространяются в пространстве в виде электромагнитных волн, способных переносить энергию. Это убедительно подтверждает основное положение теории близкодействия о локализации энергии в поле и то, что поле является ее носителем.

ЛЕКЦИЯ №7

2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

2.1. Электрический ток. Сила и плотность тока

В электродинамике - разделе учения об электричестве, в котором рассматриваются явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов или макроскопических заряженных тел, - важнейшим понятием является понятие электрического тока. Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. В проводнике под действием приложенного электрического поля \vec{E} свободные электрические заряды перемещаются: положительные - по полю, отрицательные - против поля (рис.26, а), т.е. в нем возникает электрический ток, называемый током проводимости. Если же упорядоченное движение электрических зарядов осуществляется перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела (рис.26, б), то возникает так называемый конвекционный ток.

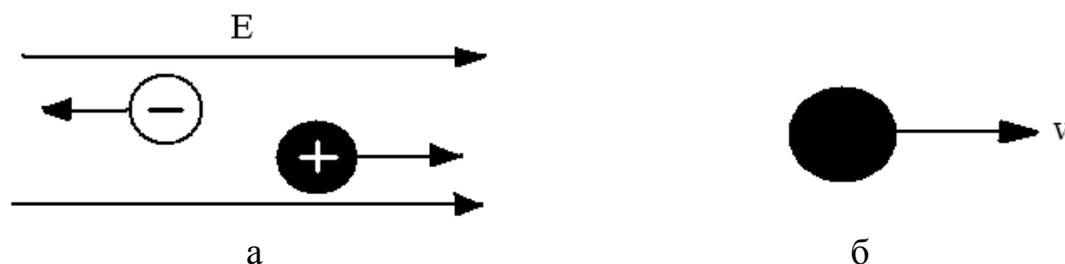


Рис. 26

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных носителей тока - заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченное с другой - наличие электрического поля, энергия которого, каким-то образом восполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока I - скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Ток, сила и направление которого не изменяются со временем, называется постоянным. Для постоянного тока $I = \frac{Q}{t}$, где Q - электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника.

Единица силы тока - ампер, А. Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется плотностью тока:

$$\mathbf{j} = \frac{d\mathbf{l}}{dS}.$$

Выразим силу и плотность тока через скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения зарядов в проводнике. Если концентрация носителей тока равна n и каждый носитель имеет элементарный заряд e , то за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dQ = ne \langle v \rangle S dt$. Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = ne \langle v \rangle S,$$

а плотность

$$\vec{\mathbf{j}} = ne \langle \vec{v} \rangle. \quad (2.1)$$

Плотность тока - вектор, ориентированный по направлению тока, т.е. направление вектора $\vec{\mathbf{j}}$ совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов. Единица плотности тока - ампер на метр в квадрате, A/m^2

Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора $\vec{\mathbf{j}}$, т.е.

$$I = \int \vec{\mathbf{j}} d\vec{S}, \quad (2.2)$$

где $d\vec{S} = \vec{n} dS$ (\vec{n} - единичный вектор нормали к площадке dS , составляющей с вектором $\vec{\mathbf{j}}$ угол α).

2.2. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом.

Это приведет к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и исчезновению электрического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются **источниками тока**. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источника тока, называются **сторонними**.

Природа сторонних сил может быть различна. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами, в генераторе - за счет механической энергии вращения ротора генератора и т.п. Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддержива-

ется разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток. Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов.

Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (э.д.с.), действующей в цепи:

$$\varepsilon = \frac{A}{Q_0}. \quad (2.3)$$

Эта работа производится за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину ε можно назвать электродвижущей силой источника тока, включенного в сеть. Часто вместо того чтобы сказать "в цепи действуют сторонние силы", говорят "в цепи действует э.д.с.", т.е. термин "электродвижущая сила" употребляется как характеристика сторонних сил Э.д.с, как и потенциал, выражается в вольтах.

Сторонняя сила $\vec{F}_{СТ}$ действующая на заряд Q_0 , может быть выражена как

$$\vec{F}_{СТ} = \vec{E}_{СТ} Q_0,$$

где $\vec{E}_{СТ}$ - напряженность поля сторонних сил. Работа же сторонних сил по перемещению заряда Q_0 на замкнутом участке цепи равна

$$A = \int \vec{F}_{СТ} d\vec{\ell} = Q_0 \int \vec{E}_{СТ} d\vec{\ell}. \quad (2.4)$$

Разделив (2.4.) на Q_0 , получим выражение для э.д.с, действующей в цепи:

$$\varepsilon = \int \vec{E}_{СТ} d\vec{\ell},$$

т.е. э.д.с, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил Э.д.с, действующая на участке 1-2, равна

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{СТ} d\vec{\ell}. \quad (2.5)$$

На заряд Q_0 , помимо сторонних сил, действуют также силы электростатического поля $\vec{F}_E = Q_0 \vec{E}$. Таким образом, результирующая сила, действующая в цепи на заряд Q_0 , равна

$$\vec{F} = \vec{F}_{СТ} + \vec{F}_E = Q_0 \vec{E}_{СТ} + \vec{E}.$$

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом Q_0 на участке 1-2, равна

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E}_{СТ} d\vec{\ell} + Q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{\ell}.$$

Используя выражения (2.5) и (1.20), можем записать

$$A_{12} = Q_0 \varepsilon_{12} + Q_0 (\Phi_1 - \Phi_2). \quad (2.6)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, поэтому в данном случае $A_{12} = Q_0 \varepsilon_{12}$.

Н а п р я ж е н и е м U на участке 1 - 2 называется физическая величина, определяемая работой совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи. Таким образом, согласно (2.6.).

$$U_{12} = \Phi_1 - \Phi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов напряжения на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует э.д.с., т.е. сторонние силы отсутствуют

2.3. Закон Ома. Сопротивление проводников

Немецкий физик Г.Ом экспериментально установил, что сила тока I , текущего по однородному металлическому проводнику, т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы, пропорциональна напряжению U на концах проводника.

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.7)$$

где R - электрическое сопротивление проводника. Уравнение (2.7) выражает закон Ома для участка цепи (не содержащего источника э.д.с): сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника. Формула (2.7) позволяет установить единицу сопротивления - Ом (Ом): 1 Ом сопротивление такого проводника, в котором при напряжении в 1 В течет постоянный ток 1 А

Величина $G = \frac{1}{R}$ называется электрической проводимостью проводника. Единица проводимости - сименс (См): 1 См - проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также материала, из которого проводник изготовлен Для однородного линейного проводника сопротивление R прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S :

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2.8)$$

где ρ - коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника. Он называется удельным электрическим сопротивлением. Единица удельного электрического сопротивления омметр (Ом·м). Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро ($1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) и медь ($1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м)

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме. Подставив выражение для сопротивления (2.8) в закон Ома (2.7), получим

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{\ell}, \quad (2.9)$$

где величина

$$\gamma = \frac{1}{\rho},$$

обратная удельному сопротивлению, называется удельной электрической проводимостью вещества проводника. Ее единица - сименс на метр (См/м). Учитывая, что $\frac{U}{\ell} = E$ - напряженность электриче-

ского поля в проводнике, $\frac{I}{S} = j$ - плотность тока, формулу (2.9) можно записать в виде

$$j = \gamma E. \quad (2.10)$$

Так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора E , то направления j и E совпадают. Поэтому формулу (2.10) можно записать в виде

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (2.11)$$

Выражение (2.11) закон Ома в дифференциальной форме, связывающий плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой же точке. Это соотношение справедливо и для переменных полей.

Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления, а следовательно, и сопротивления, в зависимости от температуры описывается линейным законом:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 (1 + \alpha t), \\ R &= R_0 (1 + \alpha t), \end{aligned}$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 - соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при $t=0^\circ\text{C}$, α - температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к $1/273 \text{ K}^{-1}$. Значит, температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$

где T - термодинамическая температура.

Качественная температурная зависимость сопротивления металла представлена на рис.27 (кривая 1). Впоследствии было обнаружено, что сопротивление многих металлов (например Al, Pb, Zn и др.) и их сплавов при очень низких температурах T (0,14-20 К), называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля (кривая 2), т.е. металл становится абсолютным проводником.

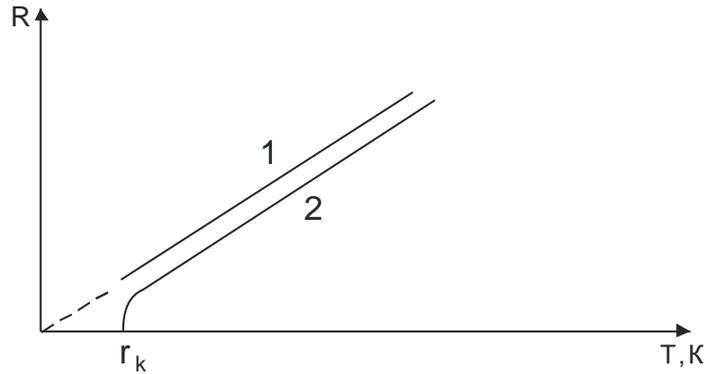


Рис. 21

Впервые это явление, называемое сверхпроводимостью обнаружено в 1911 году Г. Камерлинг-Оннесом для ртути. Явление сверхпроводимости объясняется на основе квантовой теории. Практическое использование сверхпроводящих материалов (в обмотках сверхпроводящих магнитов, в системах памяти ЭВМ и др.) затруднено из-за низких их критических температур. Правда, в настоящее время обнаружены и активно исследуются керамические материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре выше 100 К. На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие термометров сопротивления, которые позволяют по градуированной взаимосвязи сопротивления от температуры измерять температуру с точностью до 0,003 К.

Применение же в качестве рабочего вещества термометра сопротивления полупроводников, приготовленных по специальной технологии, - термисторов - позволяет отмечать изменение температуры в миллионные доли Кельвин и использовать термисторы для измерения температур в случае малых габаритов полупроводников.

ЛЕКЦИЯ №8

2.4. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U . За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. Так как ток представляет собой перемещение заряда dq под действием электрического поля, то по формуле (1.20) работа тока

$$dA = Udq = IUdt. \quad (2.12)$$

Если сопротивление проводника R , то, используя закон Ома (2.7), получим

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (2.13)$$

Из (2.12) и (2.13) следует, что мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (2.14)$$

Если сила тока выражается в амперах, напряжение - в вольтах, сопротивление - в омах, то работа тока выражается в джоулях, а мощность - в ваттах. На практике также применяются внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч - работа тока мощностью 1 Вт в течение 1 ч: 1 Вт·ч=3600 Вт·с=3,6·10³ Дж; 1 кВт·ч=10³ Вт·ч=3,6·10⁶ Дж.

Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику, то вся работа тока идет на его нагревание, и по закону сохранения энергии

$$dQ = dA. \quad (2.15)$$

Таким образом, используя выражения (2.15), (2.12) и (2.13), получим

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (2.16)$$

Выражение (2.16) представляет собой закон Джоуля - Ленца, экспериментально установленный независимо друг от друга Дж.Джоулем и Х.Ленцем.

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем $V=dSd\ell$ (ось цилиндра совпадает с направлением тока), сопротивление которого $R = \rho \frac{d\ell}{dS}$. По закону Джоуля - Ленца за время dt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = I^2 Rdt = \rho d\ell \frac{dS}{dS} \frac{dt}{dS} = \rho j^2 dVdt.$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется удельной тепловой мощностью тока. Она равна

$$w = jE = \nu E^2. \quad (2.17)$$

Формула (2.17) является обобщенным выражением закона Джоуля - Ленца в дифференциальной форме, пригодным для любого проводника.

Тепловое действие тока находит широкое применение в технике, которое начиналось с открытия в 1873 г. русским инженером А.Н.Лодыгиным лампы накаливания. На нагревании проводников электрическим током основано действие электрических муфельных печей.

2.5. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Мы рассматривали закон Ома для однородного участка цепи, т.е. такого, в котором не действует э.д.с. Теперь рассмотрим неоднородный участок цепи, где действующую э.д.с. на участке 1-2 обозначим через \mathcal{E}_{12} , приложенную на концах участка разность потенциалов - через $\phi_1 - \phi_2$.

Если ток проходит по неподвижным проводникам, образующим участок 1-2, то работа A всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда Q_0 на участке 1-2

$$A_{12} = Q_0 \varepsilon_{12} + Q_0 (\phi_1 - \phi_2). \quad (2.18)$$

Э.д.с. ε_{12} , как и сила тока I , - величина скалярная. Ее необходимо брать либо с положительным, либо с отрицательным знаком в зависимости от знака работы, совершаемой сторонними силами. Если э.д.с. способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении (в направлении 1-2), то $\varepsilon_{12} > 0$. Если э.д.с. препятствует движению положительных зарядов в данном направлении, то $\varepsilon_{12} < 0$. За время t в проводнике выделяется теплота (см. (2.16))

$$dQ = I^2 R dt = IR I dt = IR Q_0. \quad (2.19)$$

Из формул (2.18) и (2.19) получим

$$IR = \varepsilon_{12} + \phi_1 - \phi_2, \quad (2.20)$$

откуда

$$I = \frac{\varepsilon_{12} + \phi_1 - \phi_2}{R}. \quad (2.21)$$

Выражение (2.20) или (2.21) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме, который является обобщенным законом Ома.

Если на данном участке цепи источник тока отсутствует ($\varepsilon_{12} = 0$), то из (2.21) приходим к закону Ома для однородного участка цепи (2.7):

$$I = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R} = \frac{U}{R}$$

(при отсутствии сторонних сил напряжение на концах участка равно разности потенциалов). Если же электрическая цепь замкнута, то выбранные точки 1 и 2 совпадают, $\phi_1 = \phi_2$ тогда из (2.21) получаем закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R},$$

где ε - э.д.с, действующая в цепи, R - суммарное сопротивление всей цепи. В общем случае $R = r + R_1$, где r - внутреннее сопротивление источника э.д.с, R_1 - сопротивление внешней цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой цепи будет иметь вид

$$I = \frac{\varepsilon}{(r + R_1)}.$$

Если цепь разомкнута и, следовательно, в ней ток отсутствует ($I = 0$), то из закона Ома (2.21) получим, что $\varepsilon_{12} = \phi_1 - \phi_2$, т.е. э.д.с, действующая в разомкнутой це-

пи, равна разности потенциалов на ее концах. Следовательно, для того, чтобы найти э.д.с. источника тока, надо измерить разность потенциалов на его клеммах при разомкнутой цепи.

2.6. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Расчет разветвленных цепей значительно упрощается, если пользоваться правилами, сформулированными Кирхгофом. Этих правил два. Первое из них относится к узлам цепи. Узлом называется точка, в которой сходятся более чем два проводника (рис. 28). Ток, текущий к узлу, считается имеющим один знак (плюс или минус), текущий от узла - имеющим другой знак (минус или плюс).

Первое правило Кирхгофа гласит, что *алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю*:

$$\sum I_k = 0. \quad (2.22)$$

Это правило вытекает из уравнения непрерывности, т. е., в конечном счете, из закона сохранения заряда. Для постоянного тока ∇j всюду равна нулю. Следовательно, поток вектора j (т.е. алгебраическая сумма токов, текущих через окружающую узел воображаемую замкнутую поверхность) должен быть равен нулю.

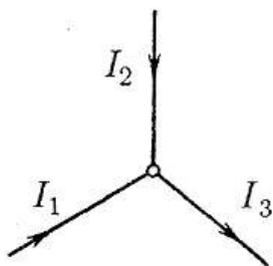


Рис. 28

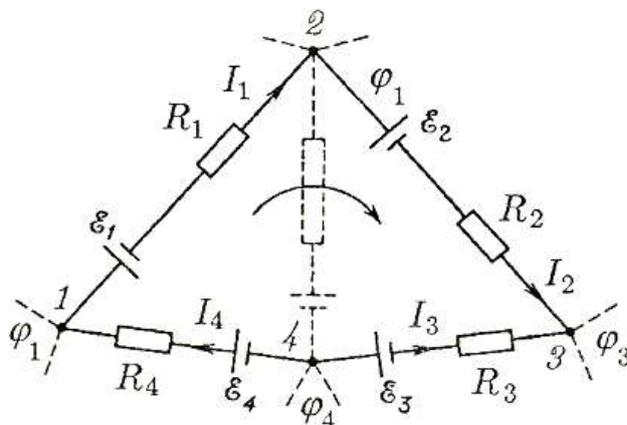


Рис. 29

Уравнение (2.22) можно написать для каждого из N узлов цепи. Однако независимыми являются только $N - 1$ уравнений, N -е будет следствием из них.

Второе правило относится к любому выделенному в разветвленной цепи замкнутому контуру (см., например, контур 1-2-3-4-1 на рис. 29). Зададимся направлением обхода (например, по часовой стрелке, как указано на рисунке) и применим к каждому из неразветвленных участков контура закон Ома:

$$I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1,$$

$$I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2,$$

$$I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 + \varepsilon_3,$$

$$I_4 R_4 = \varphi_4 - \varphi_1 + \varepsilon_4.$$

При сложении этих выражений потенциалы взаимно уничтожаются и получается уравнение

$$\sum I_k R_k = \sum \varepsilon_k, \quad (2.23)$$

:которое выражает в т о р о е п р а в и л о Кирхгофа.

Уравнение (2.23) может быть составлено для всех замкнутых контуров, которые можно выделить мысленно в данной разветвленной цепи. Однако независимыми будут только уравнения для тех контуров, которые нельзя получить наложением других контуров один на другой. Так, например, для цепи, изображенной на рис. 30, можно составить три уравнения:

- 1) для контура 1-2-3-6-1,
- 2) для контура 3-4-5-6-3,
- 3) для контура 1-2-3-4-5-6-1.

Последний контур получается наложением первых двух. Поэтому уравнения не будут независимыми. В качестве независимых можно взять любые два уравнения из трех.

При составлении уравнений второго правила Кирхгофа токам и ЭДС нужно приписывать знаки в соответствии с выбранным направлением обхода. Например, ток I_1 на рис. 30 нужно считать отрицательным, так как ток течет навстречу выбранному направлению обхода. ЭДС ε_1 также нужно приписать знак минус, так как она действует в направлении, противоположном направлению обхода, и т. д.

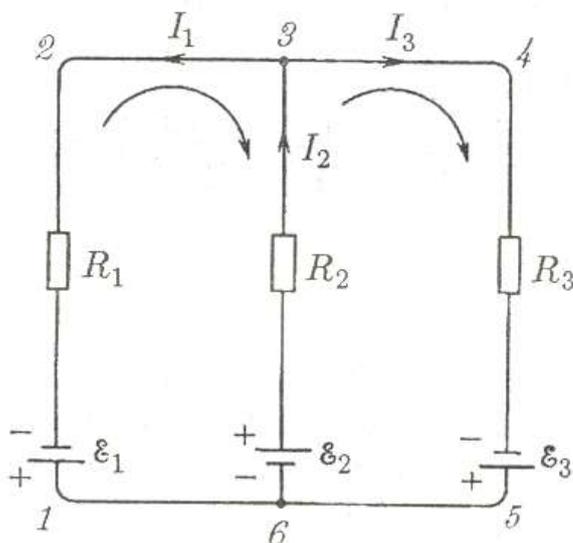


Рис. 30

Направления обхода в каждом из контуров можно выбирать совершенно произвольно и независимо от выбора направлений в других контурах. При этом может случиться, что один и тот же ток либо одна и та же ЭДС войдет в разные уравнения с различными знаками (так получается с током I_2 на рис. 30 при указанных направлениях обхода в контурах). Это, однако, не имеет никакого значения, потому что изменение направления обхода вызывает лишь изменение всех знаков в уравнении (2.23) на обратные.

Составляя уравнения, следует помнить, что через любое сечение неразветвленного участка цепи течет один и тот же ток. Например, на участке от точки 6 до источника тока ε_2 течет такой же ток I_2 , как на участке от источника до точки 3.

Число независимых уравнений, составленных в соответствии с первым и вторым правилами Кирхгофа, оказывается равным числу различных токов, текущих в разветвленной цепи. Поэтому, если заданы ЭДС и сопротивления для

всех неразветвленных участков, то могут быть вычислены все ТОРИ. Можно решить и задачу иного рода, например найти ЭДС, которые нужно включить в каждый из участков цепи, чтобы получить при заданных сопротивлениях нужные токи.

3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

3.1. Магнитное поле и его характеристики

Опыт показывает, что, подобно тому как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным. Наличие магнитного поля обнаруживается по силовому действию на внесенные в него проводники с током или постоянные магниты. Название "магнитное поле" связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием магнитного поля, создаваемого током. Это явление впервые обнаружено датским физиком Х.Эрнстом.

Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся заряды. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды. Опыт показывает, что характер воздействия магнитного поля на ток различен в зависимости от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводника и направления тока. Следовательно, чтобы охарактеризовать магнитное поле, надо рассмотреть его действие на определенный ток.

Подобно тому как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды, при исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.

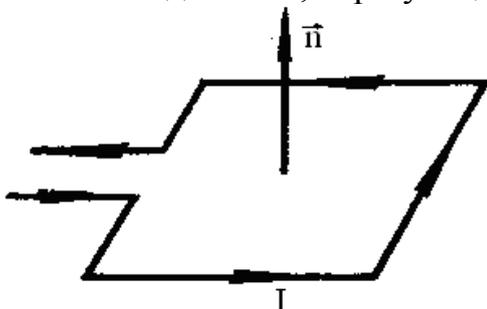


Рис. 31

Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали к контуру. В качестве положительного направления нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 31).

Опыты показывают, что магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая ее определенным образом. Этот результат связывается с определенным направлением магнитного поля. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого рас-

полагается положительная нормаль к рамке (рис. 32). За направление магнитного поля может быть также принято направление, совпадающее с направлением силы, которая действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку. Так как оба полюса магнитной стрелки лежат в близких точках поля, то силы, действующие на оба полюса, равны друг другу. Следовательно, на магнитную стрелку действует пара сил, поворачивающая ее так, чтобы ось стрелки, соединяющая южный полюс с северным, совпала с направлением поля.

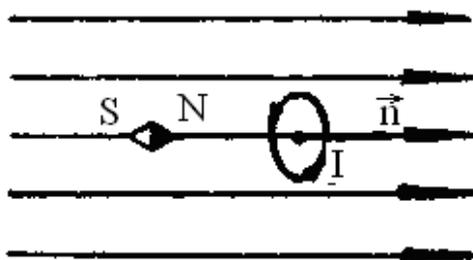


Рис. 32

Рамкой с током можно воспользоваться также и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие поля, то на нее в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \vec{B} \quad (3.1)$$

где \vec{B} - вектор магнитной индукции, являющийся количественной характеристикой магнитного поля, \vec{P}_m - вектор магнитного момента рамки с током.

Для плоского контура с током

$$\vec{P}_m = IS\vec{n} I,$$

где S - площадь поверхности контура (рамки), n - единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление P_m совпадает с направлением положительной нормали.

Если в данную точку магнитного поля поместить рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение $\frac{M_{\max}}{P_m}$ (M_{\max} - максимальный вращающий момент)

для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}.$$

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. Следует отметить, что вектор \vec{B} может быть выведен также из закона Ампера и из выражения силы Лоренца.

Так как магнитное поле является силовым, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции - ли-

ний, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} .

Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции

Линии магнитной индукции можно "проявить" с помощью железных опилок, намагничивающихся в исследуемом поле и ведущих себя подобно маленьким магнитным стрелкам.

На рис. 33, а показаны линии магнитной индукции поля кругового тока, на рис. 33, б - линии магнитной индукции поля соленоида.

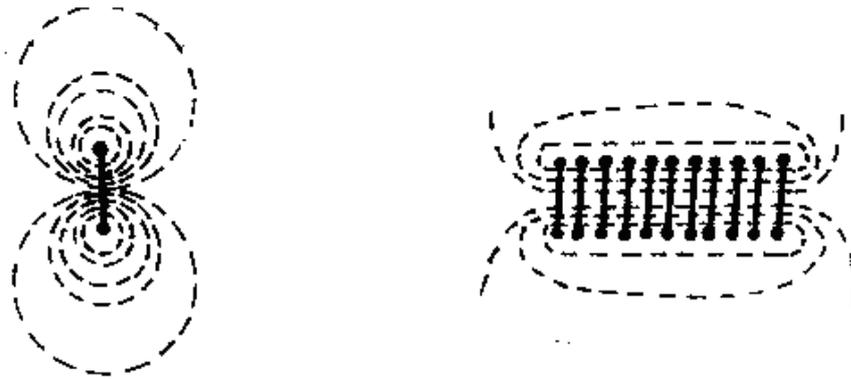


Рис. 33

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутыми (начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных).

До сих пор мы рассматривали макроскопические токи, текущие в проводниках. Однако, согласно представлению французского физика А. Ампера, в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-то тела поместить проводник с током (макроток), то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определенным образом ориентируются, создавая в теле дополнительное магнитное поле.

Вектор магнитной индукции \vec{B} характеризует результирующее поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, т.е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор \vec{B} в различных средах будет иметь разные значения.

Магнитное поле макротоков описывается вектором напряженности \vec{H} . Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности следующим соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (3.2)$$

где μ_0 - магнитная постоянная, μ - безразмерная величина - магнитная проницаемость среды.

Сравнивая векторные характеристики электростатического (\vec{E} и \vec{D}) и магнитного (\vec{B} и \vec{H}) полей, укажем, что аналогом вектора напряженности электростатического поля \vec{E} является вектор магнитной индукции \vec{B} , т.к. векторы \vec{E} и \vec{B} определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды. Аналогом вектора электрического смещения \vec{D} является вектор напряженности \vec{H} магнитного поля.

3.2. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж.Био и Ф.Саваром. Результаты этих опытов были обобщены выдающимся французским математиком и физиком П.Лапласом.

Закон Био-Савара-Лапласа для проводника с током I , элемент которого $d\ell$ создает в некоторой точке A (рис. 34) индукцию поля $d\vec{B}$, записывается в виде

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I d\vec{\ell} \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (3.3)$$

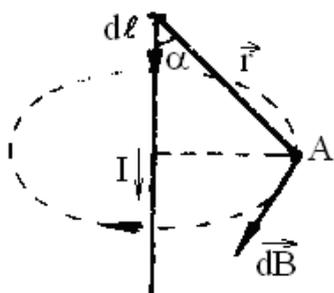


Рис. 34

Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{\ell}$ и \vec{r} , т.е. перпендикулярно плоскости, к которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу нахождения линии магнитной индукции (правилу правого винта): направление вращения винта дает направление $d\vec{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I d\ell \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (3.4)$$

где α - угол между векторами $d\vec{\ell}$ и \vec{r} .

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип

суперпозиции: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимися зарядами в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i .$$

Расчет характеристик магнитного поля (\vec{B} и \vec{H}) по приведенным формулам в общем случае довольно сложен. Однако если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение закона Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет довольно просто рассчитать конкретные поля. Рассмотрим два примера:

1. Магнитное поле прямого тока - тока, текущего по гонкому прямому проводу бесконечной длины (рис. 35).

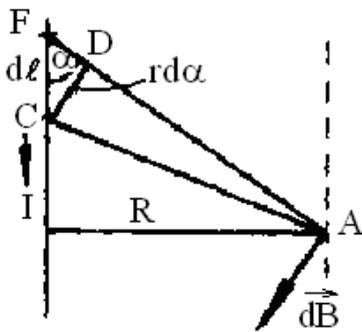


Рис. 35

В произвольной точке А, удаленной от оси проводника на расстояние R, векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей.

В качестве постоянной интегрирования выберем угол α , выразив через него все остальные величины. Из рис.35 следует, что радиус дуги CD вследствие малости $d\ell$ равен r, и угол FDC по этой же причине можно считать прямым. Подставив эти выражения в (3.4), получим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом проводника, равна

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r} \sin \alpha d\alpha . \quad (3.6)$$

Так как угол α для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от 0 до π , то, согласно формулам (3.5) и (3.6),

$$B = \int d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{1}{R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R} .$$

Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R} . \quad (3.7)$$

2. Магнитное поле в центре кругового проводника с током.

Как видно из рис. 36, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитное поле одинакового направления вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin \alpha = 1$) и рас-

стояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно R , то, согласно (3.4),

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R^2} d\ell.$$

Тогда

$$B = \int dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{1}{R} \int_0^\pi d\ell = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R}{R^2} = \mu\mu_0 \frac{1}{2R}.$$

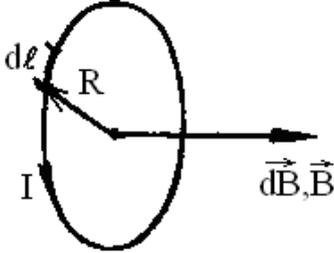


Рис. 36

3.3. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов

Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие. Следовательно, вращающий момент, испытываемый рамкой, есть результат действия сил на отдельные ее элементы. Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника $d\ell$ с током, находящийся в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока I в проводнике и векторному произведению элемента длиной $d\ell$ проводника на магнитную индукцию \vec{B} :

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell}, \vec{B}. \quad (3.8)$$

Направление вектора $d\vec{F}$ может быть найдено, согласно (3.8), по общим правилам векторного произведения, откуда следует правило левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор \vec{B} , а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток. Модуль силы Ампера (см. 3.8) вычисляется по формуле

$$dF = IBd\ell \sin \alpha, \quad (3.9)$$

где α - угол между векторами $d\vec{\ell}$ и \vec{B} .

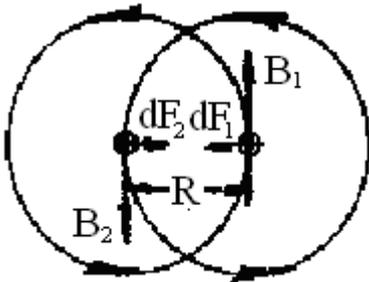


Рис. 37

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов. Рассмотрим два бесконечных прямолинейных параллельных тока I_1 и I_2 (направления токов указаны на рис. 37), расстояние между которыми равно R . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Рассмотрим, с какой силой действует магнитное поле тока I_1 на элемент $d\ell$ второго проводника с током I_2 .

Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Рассмотрим, с какой силой действует

магнитное поле тока I_1 на элемент $d\ell$ второго проводника с током I_2 .

Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой концентрические окружности. Направление вектора \vec{B} задается правилом правого винта, его модуль по формуле (3.7) равен

$$dB_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{R}.$$

Направление силы $d\vec{F}_1$, с которой поле \vec{B}_1 действует на участок $d\ell$ второго тока, определяется по правилу левой руки и указано на рис 37. Модуль силы, согласно (3.9), с учетом того, что угол α между элементами тока I_2 и вектором \vec{B}_1 прямой равен

$$dF_1 = I_2 B_1 d\ell,$$

или, подставляя значения для B_1 получим

$$dF_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} d\ell. \quad (3.10)$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что сила dF_2 , с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент $d\ell$ первого проводника с током I_1 направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$dF_2 = I_1 B_2 d\ell = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} d\ell. \quad (3.11)$$

Сравнение выражений (3.10) и (3.11) показывает, что

$$dF_1 = dF_2,$$

т.е. два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} d\ell. \quad (3.12)$$

Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая формулой (3.12).

3.4. Магнитная постоянная.

Единицы магнитной индукции напряженности магнитного поля

Если два параллельных проводника с током находятся в вакууме ($\mu=1$), то сила взаимодействия на единицу длины проводника, согласно (3.12), равна

$$\frac{dF}{d\ell} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R}. \quad (3.13)$$

Для нахождения числового значения μ_0 воспользуемся определением ампера, согласно которому при $I_1 = I_2 = 1\text{А}$ и $R = 1\text{м}$, $\frac{dF}{d\ell} = 2 \cdot 10^{-7} \text{Н/м}$.

Подставив это значение в формулу (3.13), получим $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Н/А}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}$, где генри (Гн) - единица индуктивности.

Закон Ампера позволяет определить единицу магнитной индукции В. Предположим, что элемент проводника $d\ell$ с током I перпендикулярен направлению магнитного поля. Тогда закон Ампера запишется в виде $dF = I B d\ell$, откуда

$$B = \frac{dF}{I d\ell}.$$

Единица магнитной индукции - тесла (Тл): 1Тл - магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в 1Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику проходит ток в 1 А:

$$1\text{Тл} = \frac{1\text{Н}}{1\text{Ам}}.$$

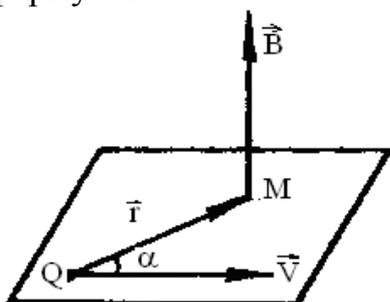
Так как $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{Н/А}^2$, а в случае вакуума ($\mu=1$), согласно (3.2), $B = \mu_0 H$, то для данного случая

$$H = \frac{B}{\mu_0}.$$

Единица напряженности магнитного поля - ампер на метр (А/м): 1А/м - напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7} \text{Тл}$

3.5. Магнитное поле движущегося заряда

Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Электрический же ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому можно сказать, что любой движущийся в вакууме или в среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле В точечного заряда Q, свободно движущегося со скоростью v. Под свободным движением заряда понимается его движение с постоянной скоростью. Этот закон выражается формулой



$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Q \vec{v} \cdot \vec{r}}{r^3}, \quad (3.14)$$

где \vec{r} - радиус-вектор, проведенный от заряда Q к точке наблюдения M (рис.38).

Рис. 38

Согласно выражению (3.14), вектор \vec{B} направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы \vec{v} и \vec{r} , а именно: его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{v} к \vec{r} .

Модуль магнитной индукции (3.14) вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Q \cdot v}{r} \sin \alpha, \quad (3.15)$$

где α - угол между векторами \vec{v} и \vec{r} .

Сравнивая выражения (3.3) и (3.14), видим, что движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока:

$$Id\vec{\ell} = Q\vec{v}$$

Приведенные закономерности (3.14) и (3.15) справедливы лишь при малых скоростях ($v \ll c$) движущихся зарядов, когда электрическое поле свободно движущегося заряда можно считать электростатическим, т.е. создаваемым неподвижным зарядом, находящимся в той точке, где в данный момент времени находится движущийся заряд.

Формула (3.14) определяет магнитную индукцию положительного заряда, движущегося со скоростью v . Если движется отрицательный заряд, то Q надо заменить на $-Q$. Скорость v - относительная скорость, т.е. скорость относительно наблюдателя. Вектор B в рассматриваемой системе отсчета зависит как от времени, так и от положения точки M наблюдателя. Поэтому следует подчеркнуть относительный характер магнитного поля движущегося заряда. Магнитное поле свободно движущихся зарядов было измерено академиком А.Ф.Иоффе.

3.6. Действие магнитного поля на движущийся заряд

Опыт показывает, что магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на электрический заряд Q , движущийся в магнитном поле со скоростью v , называется силой Лоренца и выражается формулой

$$\vec{F} = Q \vec{v} \vec{B}, \quad (3.16)$$

где \vec{B} - индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

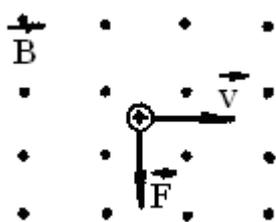


Рис. 39

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор \vec{B} , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора \vec{v} (для $Q > 0$ направления I и \vec{v} совпадают, для $Q < 0$ - противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд.

На рис. 39 показана взаимная ориентация векторов \vec{B} и \vec{v} (поле направлено к нам, на рисунке показано точками) и \vec{F} для положительного заряда.

На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении. Модуль силы Лоренца (3.16) равен $F = Q v B \sin \alpha$, где α - угол между \vec{v} и \vec{B} .

Отметим еще раз, что магнитное поле не действует на покоящийся электрический заряд. В этом существенное отличие магнитного поля от электрического. Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды.

Так как по действию силы Лоренца можно определить модуль и направление вектора B , то выражение для силы Лоренца может быть использовано для определения вектора магнитной индукции B .

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она меняет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей, и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд, помимо магнитного поля с индукцией B , действует и электрическое поле напряженностью H , то результирующая сила F , приложенная к заряду, равна векторной сумме сил - силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v}\vec{B}.$$

Это выражение называется формулой Лоренца. Скорость v в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля.

3.7. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Выражение для силы Лоренца позволяет найти ряд закономерностей движения заряженных частиц в магнитном поле. Направление силы Лоренца и направление вызываемого ею отклонения зависят от знака заряда Q частицы. На этом основано определение знака частиц, движущихся в магнитных полях.

Для вывода общих закономерностей будем считать, что магнитное поле однородно и на частицы электрические поля не действуют. Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью V вдоль линии магнитной индукции, то угол α между векторами \vec{v} и \vec{B} равен 0 или π . Тогда по формуле (3.16) сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует, и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью \vec{v} , перпендикулярной вектору \vec{B} , то сила Лоренца $\vec{F} = Q\vec{v}\vec{B}$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус r которой определяется из условия

$$QvB = \frac{mv^2}{r},$$

откуда

$$r = \frac{m v}{Q B}.$$

Период вращения частицы, т.е. время T , затрачиваемое ею на один полный оборот, $T = \frac{2\pi r}{v}$.

Подставив сюда выражение (3.16), получим

$$T = \frac{m 2\pi}{Q B}.$$

Период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду ($\frac{Q}{m}$) частицы и магнитной индукции поля, но не зависит от ее скорости. На этом основано действие циклических ускорителей заряженных частиц.

Если скорость v заряженной частицы направлена под углом α к вектору B (рис. 40), то ее движение можно представить в виде суперпозиции:

1. равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\parallel} = v \cos \alpha$;
2. равномерного движения со скоростью v_{\perp} по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Радиус окружности определяется формулой (3.16).

В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю (рис.31). Шаг винтовой линии $h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha$. Подставив в последнее выражение (3.17), получим

$$h = \frac{m 2\pi}{Q B} \cdot v \cos \alpha. \quad (3.17)$$

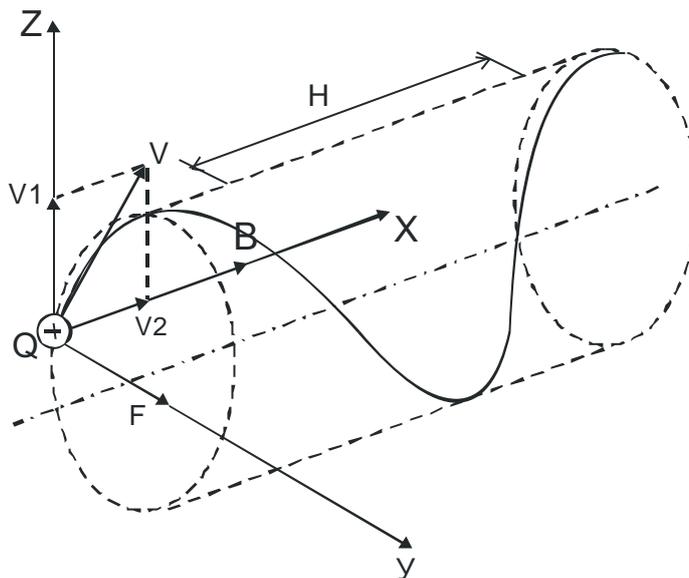


Рис. 40

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

Если скорость v заряженной частицы составляет угол α с направлением вектора B неоднородного поля, индукция которого возрастает в направлении движения частицы, то r и h уменьшаются с ростом B . На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле.

3.8. Ускорители заряженных частиц

Ускорителями заряженных частиц называются устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и направляются пучки высокоэнергетических заряженных частиц (электронов, протонов, мезонов и т.д.).

Любой ускоритель характеризуется типом ускоряемых частиц, энергией, сообщаемой частицам, разбросом частиц по энергиям и интенсивностью пучка. Ускорители делятся на непрерывные (из них частицы вылетают порциями - импульсами). Последние характеризуются длительностью импульса. По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на линейные, циклические и индукционные. В линейных ускорителях траектории движения частиц близки к прямым линиям, в циклических и индукционных траекториями частиц являются окружности или спирали.

Рассмотрим некоторые типы ускорителей заряженных частиц.

1. **Линейный ускоритель.** Ускорение частиц осуществляется электростатическим полем. Заряженная частица проходит поле однократно заряд Q , проходя разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, приобретает энергию $w = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Таким способом частицы ускоряются до ≈ 10 МэВ. Их дальнейшее ускорение с помощью источников постоянного напряжения невозможно из-за утечки зарядов, пробоев и т.д.

2. **Циклотрон** - циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (протонов, ионов). Его принципиальная схема приведена на рис. 41.

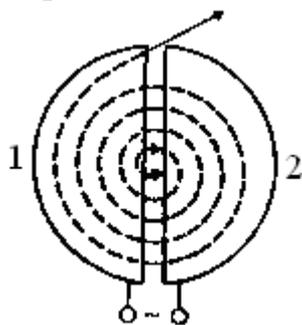


Рис. 41

Между полюсами электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода (1 и 2) в виде полых металлических полуцилиндров, или дуантов. К дуантам приложено переменное электрическое поле. Магнитное поле, создаваемое электромагнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов.

Если заряженную частицу ввести в центр зазора между дуантами, то она, ускоряемая электрическим и отклоняемая магнитным полем, войдя в дуант 1, опишет полуокружность, радиус которой пропорционален скорости частицы.

К моменту ее выхода из дуанта 1 полярность напряжения изменяется, поэтому частица вновь ускоряется и, переходя в дуант 2, описывает там уже окружность большего радиуса и т. д.

Для непрерывного ускорения частицы в циклотроне необходимо выполнить условие синхронизма: периоды вращения частицы в магнитном поле и колебаний электрического поля должны быть равны. При выполнении этого условия частица будет двигаться по раскручивающейся спирали, получая при каждом прохождении через зазор дополнительную энергию. На последнем витке, когда энергия частиц и радиус орбиты доведены до максимально допустимых значений, пучок частиц посредством отклоняющего электрического поля выводится из циклотрона.

Циклотроны позволяют ускорять протоны до энергии примерно 20 МэВ. Дальнейшее их ускорение в циклотроне ограничивается релятивистским возрастанием массы со скоростью, что приводит к увеличению периода вращения, и синхронизм нарушается. Поэтому циклотрон совершенно неприменим для ускорения электронов (при $E=0,5\text{МэВ}$, $m=2m_0$; при $E=10\text{МэВ}$, $m=28m_0$).

Ускорение релятивистских частиц в циклических ускорителях можно, однако, осуществить, если применить предложенный в 1944г. советским физиком В.И.Векслером и в 1945г. американским физиком Э.Мак-Милланом принцип автофазировки. Его идея заключается в том, что для компенсации увеличения периода вращения частиц, ведущего к нарушению синхронизма, изменяют либо частоту ускоряющего электрического поля, либо индукцию магнитного поля, либо то и другое. Принцип автофазировки используется в фазотроне, синхротроне и синхрофазотроне.

3.9. Циркуляция вектора \vec{B} для магнитного поля в вакууме

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля введем циркуляцию вектора магнитной индукции. Циркуляцией вектора \vec{B} по заданному замкнутому контуру называется интеграл

$$\oint_L \vec{B} d\vec{\ell} = \oint_L B_{\parallel} d\ell,$$

где $d\vec{\ell}$ - вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура. $B_{\parallel} = B \cos \alpha$ - составляющая вектора \vec{B} в направлении касательной к контуру, α - угол между векторами \vec{B} и $d\vec{\ell}$.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора \vec{B}) читается так: циркуляция вектора \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, захватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{\ell} = \oint_L B_{\parallel} d\ell = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i, \quad (3.18)$$

где n - число проводников с током, охватываемых контуром L произвольной формы. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого вита, ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображенных на рис. 42,

$$\sum_{i=1}^n I_i = I_1 + 2 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 - I_4 .$$

Выражение (3.18) справедливо только для поля в вакууме, поскольку для поля в веществе необходимо учитывать молекулярные токи.

Продемонстрируем справедливость теоремы о циркуляции вектора \vec{B} на примере магнитного поля прямого тока I , перпендикулярного плоскости чертежа и направленного к нам (рис.43).

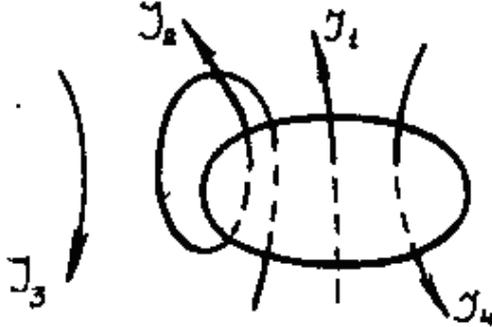


Рис. 42

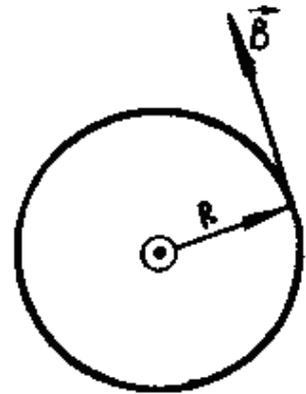


Рис. 43

Представим себе замкнутый контур в виде окружности радиуса R . В каждой точке этого контура вектор \vec{B} одинаков по модулю и направлен по касательной к окружности. Следовательно, циркуляция вектора \vec{B} равна

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B d\vec{l} = B \oint_L d\vec{l} = B \cdot 2\pi R .$$

Согласно выражению (3.18), получим $B \cdot 2\pi R = \mu_0 I$, откуда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} .$$

Таким образом, исходя из теоремы о циркуляции вектора \vec{B} , получили выражение для магнитной индукции поля прямого тока, выведенное выше см.(3.7).

Сравнивая выражения (1.14) и (3.18) для циркуляции векторов \vec{E} и \vec{B} , видим, что между ними существует принципиальное различие. Циркуляция вектора \vec{E} электростатического поля всегда равна нулю, т.е. электростатическое поле является потенциальным. Циркуляция вектора \vec{B} магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется вихревым.

Теорема о циркуляции вектора \vec{B} имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, т.к. позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био-Савара-Лапласа.

3.10. Магнитное поле соленоида и тороида

Можно рассчитать, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной ℓ , имеющий N витков, по которому течет ток (рис.44).

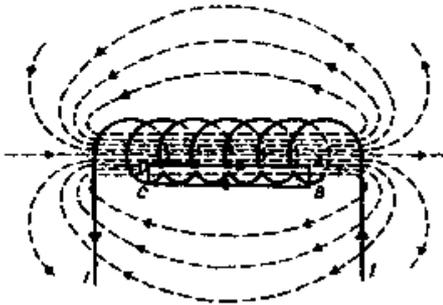


Рис. 44

Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т.е. рассматриваемый соленоид бесконечно длинный. Внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида - неоднородным и очень слабым.

Из расчетов приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}. \quad (3.19)$$

Важное значение для практики имеет также магнитное поле тороида - кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис.45).

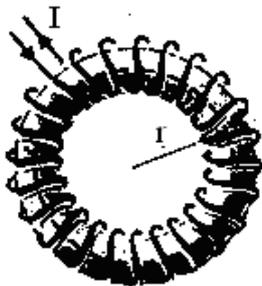


Рис. 45

Магнитное поле, как показывает опыт, сосредоточено внутри тороида, вне него поле отсутствует. Линии магнитной индукции в данном случае, как следует из соображений симметрии, есть окружности, центры которых расположены по оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиуса r . Тогда, по теореме о циркуляции

(3.18), $B 2\pi r = \mu_0 N I$, откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида (в вакууме)

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}, \quad (3.20)$$

где N - число витков тороида.

Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и $B \cdot 2\pi r = 0$. Это означает, что поле вне тороида отсутствует (что показывает и опыт).

3.11. Поток вектора магнитной индукции

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку dS называется скалярная физическая величина равная

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

где $B_n = B \cos \alpha$ - проекция вектора \vec{B} на направление нормали к площадке dS (α - угол между векторами \vec{n} и \vec{B}), $d\vec{S} = dS\vec{n}$ - вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с направлением нормали \vec{n} к площадке.

Поток вектора \vec{B} может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от знака $\cos \alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали \vec{n}), рис. 46.

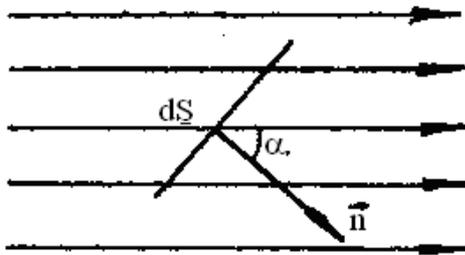


Рис. 46

Обычно поток вектора \vec{B} связывают с определенным контуром, по которому течет ток. В таком случае положительное направление нормали к контуру нами уже определено: оно связывается с током по правилу правого винта.

Таким образом, магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции Φ_B через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}d\vec{S} = \oint_S B_n dS. \quad (3.21)$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору \vec{B} , $B_n = B = \text{const}$ и $\Phi_B = BS$. Из этой формулы определяется единица магнитного потока вебер (Вб): 1 Вб - магнитный поток, проходящий через плоскую поверхность площадью 1 м^2 , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл ($1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$).

Теорема Гаусса для поля \vec{B} . Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (3.22)$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми. В качестве примера рассчитаем поток вектора \vec{B} через соленоид. Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью μ , согласно (3.19), равна $B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$. Маг-

нитный поток через один виток соленоида площадью S равен $\Phi_1 = BS$, а полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида и называемый потоком сцеплением,

$$\psi = \Phi_1 N = NBS = \frac{\mu\mu_0 N^2 IS}{\ell}. \quad (3.23)$$

3.12. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действуют силы, определяемые законом Ампера. Если проводник не закреплен (рис. 47), то под действием силы Ампера он будет в магнитном поле перемещаться, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током. Для определения этой работы рассмотрим проводник длиной ℓ с током I (он может свободно перемещаться), помещенный в однородное внешнее магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура. При указанных на рис 47 направлениях тока и поля сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение - по закону Ампера, равна $F=IB\ell$.

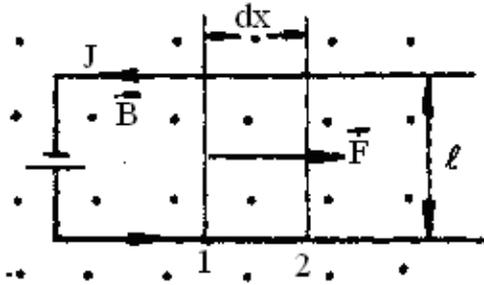


Рис. 47

Под действием силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения 1 в положение 2. Работа, совершаемая магнитным полем, равна

$$dA = F dx = I B dS = I d\Phi,$$

т.к. $\ell dx = dS$ - площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле, $BdS = d\Phi$ - поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом,

$$dA = Id\Phi, \quad (3.24)$$

т.е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора \vec{B} .

Вычислим работу по перемещению замкнутого контура с постоянным током I в магнитном поле. Предположим, что контур M перемещается в плоскости чертежа и в результате бесконечно малого перемещения займет положение M' , изображенное на рис. 48 штриховой линией. Направление тока в контуре (по часовой стрелке) и магнитного поля (перпендикулярно плоскости чертежа - за чертеж) указано на рисунке. Контур M мысленно разобьем на два соединенных своими концами проводника: ABC и CDA .

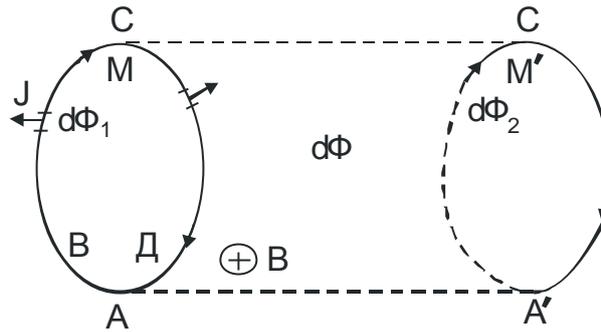


Рис. 48

Работа dA , совершаемая силами Ампера при рассматриваемом перемещении контура в магнитном поле, равна алгебраической сумме работ по перемещению проводников ABC (dA_1) и CDA (dA_2),

$$dA = dA_1 + dA_2,$$

где $dA_1 = -I(d\Phi_1 + d\Phi_0)$ и $dA_2 = I(d\Phi_0 + d\Phi_2)$. Подставляя, получим

$$dA = I(d\Phi_2 - d\Phi_1),$$

где $d\Phi_2 - d\Phi_1 = d\Phi'$ - изменение магнитного потока через площадь, ограниченную контуром с током. Таким образом, $dA = I d\Phi'$. Проинтегрировав это выражение, получим

$$A = I\Delta\Phi, \quad (3.25)$$

т.е. работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, сцепленного с контуром. Формула (3.25) остается справедливой для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

3.13. Явление электромагнитной индукции

Ранее было показано, что электрические токи создают вокруг себя магнитное поле. Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим явление электромагнитной индукции, заключающееся в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает ток, получивший название индукционного.

Рассмотрим классические опыты Фарадея, с помощью которых было обнаружено явление электромагнитной индукции

Опыт 1. (рис.49,а) Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток): направления отклонений стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки. При изме-

нении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставить неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Опыт 2. Концы одной из катушек, вставленных одна в другую, присоединяются к гальванометру, а через другую катушку пропускается ток. Отклонение стрелки гальванометра наблюдается в моменты включения или выключения тока, в моменты его увеличения или уменьшения или при перемещении катушек друг относительно друга (рис.49,б). Направления отклонений стрелки гальванометра также противоположны при включении и выключении тока, его увеличении и уменьшении, сближении и удалении катушек

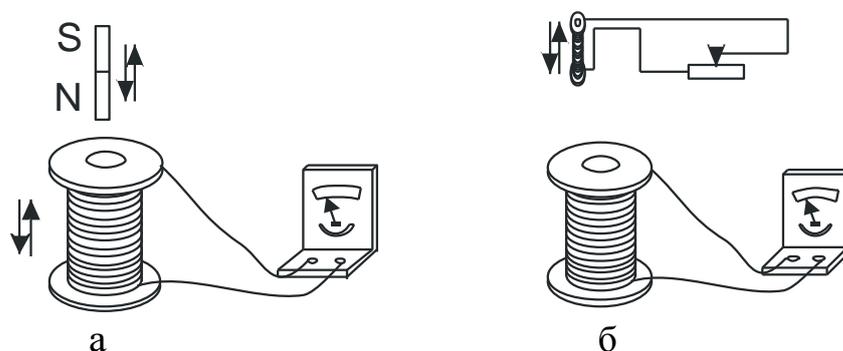


Рис. 49

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к выводу, что индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции. Например, при повороте в однородном магнитном поле замкнутого проводящего контура в нем также возникает индукционный ток. В данном случае индукция магнитного поля вблизи проводника остается постоянной, а меняется только поток магнитной индукции через площадь контура.

Опытным путем было также установлено, что значение индукционного тока совершенно не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения.

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение т.к. была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля. Этим была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что послужило в дальнейшем толчком для разработки теории электромагнитного поля

3.14. Закон Фарадей и его вывод из закона сохранения энергии

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к количественному закону электромагнитной индукции. Он показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток, который

указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой электродвижущей силой электромагнитной индукции. Значение индукционного тока, а следовательно и э.д.с. электромагнитной индукции ε_i , определяется только скоростью изменения магнитного потока,

$$\varepsilon_i \sim \frac{d\Phi}{dt}.$$

Теперь необходимо выяснить знак ε_i . Было показано, что знак магнитного потока зависит от выбора положительной нормали к вектору. В свою очередь, положительное направление нормали связано с током правилом правого винта. Следовательно, выбирая определенное направление нормали, мы определяем как знак потока, так и направление тока и э.д.с. в контуре. Пользуясь этими представлениями и выводами, можно соответственно прийти к формулировке закона электромагнитной индукции Фарадея: какова бы ни была причина изменения потока магнитной индукции, охватываемого замкнутым проводящим контуром, возникающая в контуре э.д.с. равна

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.26)$$

Знак минус показывает, что увеличение потока вызывает $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ вызывает $\varepsilon_i < 0$, т.е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку, уменьшение потока $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ вызывает $\varepsilon_i > 0$, т.е. направление потока и поля индукционного тока совпадают. Знак минус в формуле (3.26) является математическим выражением правила Ленца - общего правила для нахождения направления индукционного тока, выведенного в 1833г.

П р а в и л о Л е н ц а: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Закон Фарадея можем быть непосредственно получен из закона сохранения энергии, как это впервые сделал Г.Гельмгольц. Рассмотрим проводник с током I , который помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, и может свободно перемещаться (см. рис 47). Под действием силы Ампера F , направление которой показано на рисунке, проводник перемещается на отрезок dx . Таким образом, сила Ампера производит работу $dA = Id\Phi$, где $d\Phi$ - пересеченный проводником магнитный поток.

Если полное сопротивление контура равно R , то, согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt ($\varepsilon I dt$) будет складываться из работы на джоулеву теплоту ($I^2 R dt$) и работы на перемещение проводника в магнитном поле ($I d\Phi$):

$$\varepsilon I dt = I^2 R dt + I d\Phi,$$

откуда

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \frac{d\Phi}{dt}}{R}, \quad (3.27)$$

где $\frac{d\Phi}{dt} - \varepsilon$, есть не что иное, как закон Фарадея

Закон Фарадея можно сформулировать еще таким образом: э.д.с. ε_1 электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром. Этот закон является универсальным, э.д.с. ε_1 , не зависит от способа изменения магнитного потока

Э.д.с. электромагнитной индукции выражается в вольтах. Действительно, учитывая, что единицей магнитного потока является вебер (Вб), получим

$$\left[\frac{d\Phi}{dt} \right] = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}.$$

Какова природа э.д.с. электромагнитной индукции?

Согласно закону Фарадей, возникновение э.д.с. электромагнитной индукции возможно в случае неподвижного контура, находящегося в переменном магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение э.д.с. индукции. Максвелл для объяснения э.д.с. индукции в неподвижных проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция вектора \vec{E}_B этого поля по любому неподвижному контуру L проводника представляет собой э.д.с. электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.28)$$

3.15. Вращение рамки в магнитном поле

Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока.

Для этой цели используются генераторы, принцип действия которых можно рассмотреть на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле (рис. 50).

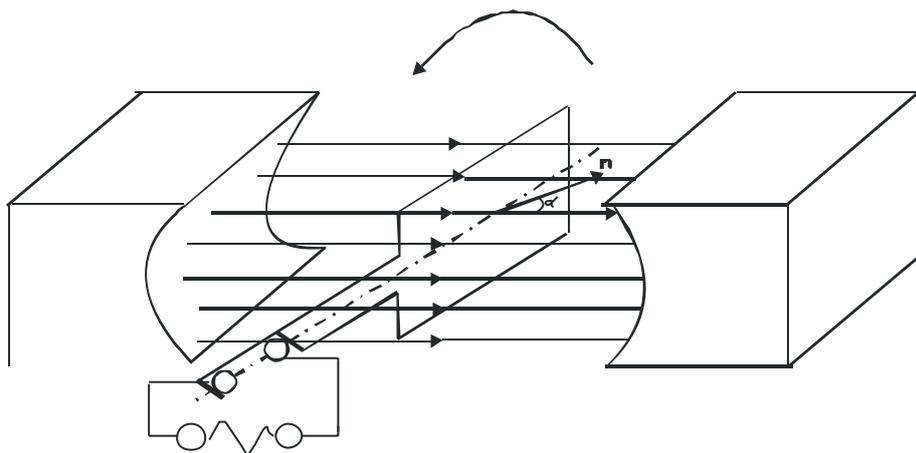


Рис. 50

Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле ($B = \text{const}$) равномерно с угловой скоростью $\omega = \text{const}$. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S , в любой момент времени t , согласно (3.20), равен

$$\Phi = B_n dS = B S \cos \alpha = B S \cos \omega t,$$

где $\alpha = \omega t$ - угол поворота рамки в момент времени t (начало отсчета выбрано так, чтобы при $t = 0$ $\alpha = 0$).

При вращении рамки в ней будет возникать переменная э.д.с. индукции (см. 3.27)

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t, \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_{\max} = BS\omega \quad (3.30)$$

определяет максимальные значения, достигаемые изменяющейся э.д.с. Учитывая (3.30), выражение (3.29) можно записать в виде

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{\max} \sin \omega t.$$

Таким образом, если в однородном магнитном поле равномерно вращается рамка, то в ней возникает переменная э.д.с, изменяющаяся по гармоническому закону

Из формулы (3.30) вытекает, что ε_{\max} находится в прямой зависимости от величин ω , B и S . В России принята стандартная частота тока 50 Гц.

Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим. Если через рамку, помещенную в магнитное поле, пропускать электрический ток, то в соответствии с (3.1) на нее будет действовать вращающий момент и рамка начнет вращаться. На этом принципе основана работа электродвигателей, предназначенных для превращения электрической энергии в механическую.

3.16. Вихревые токи (токи Фуко)

Индукционный ток возникает не только в линейных проводниках, но и в массивных сплошных проводниках, помещенных в магнитное поле. Эти токи оказываются замкнутыми в толще проводника и поэтому называются вихревыми. Их также называют токами Фуко - по имени первого исследователя.

Токи Фуко, как и индукционные токи в линейных проводниках, подчиняются правилу Ленца: их магнитное поле направлено так, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующего вихревые токи. Например, если между полюсами невключенного электромагнита массивный медный маятник совершает практически незатухающие колебания (рис. 51), то при включении тока он испытывает сильное торможение и очень быстро останавливается. Это объясняется тем, что возникшие токи Фуко имеют такое направление, что действующие на них со стороны магнитного поля силы тормозят движение маятника. Этот факт используется для успокоения (демпфирования) подвижных частей различных приборов. Если в описанном маятнике сделать радиальные вырезы, то вихревые токи ослабляются, и торможение почти отсутствует.

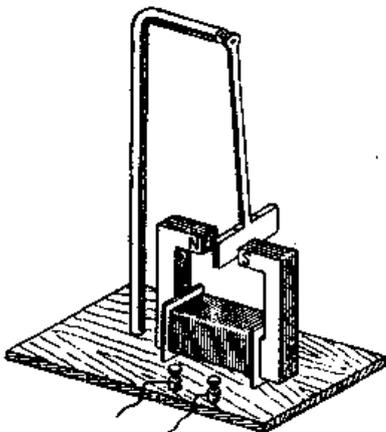


Рис. 51

Вихревые токи вызывают нагревание проводников. Поэтому для уменьшения потерь на нагревание якоря генераторов сердечники трансформаторов делают не сплошными, а изготовляют из гонких пластин, отделенных одна от другой слоями изолятора, и устанавливают так, чтобы вихревые токи были направлены поперек пластин. Джоулева теплота, выделяемая токами Фуко, используется в индукционных металлургических печах. Индукционная печь представляет собой тигель, помещаемый внутри катушки, в которой пропускается ток

высокой частоты. В металле возникают интенсивные вихревые токи, способные разогреть его до плавления. Такой способ позволяет плавить металлы в вакууме, в результате чего получают сверхчистые материалы.

Вихревые токи возникают и в проводах, по которым течет переменный ток. Направление этих токов можно определить по правилу Ленца. На рис. 52,а показано направление вихревых токов при возрастании первичного тока в проводнике, а на рис. 52,б - при его убывании. В обоих случаях направление вихревых токов таково, что они противодействуют изменению первичного тока внутри проводника и способствуют его изменению вблизи поверхности. Таким образом, вследствие возникновения вихревых токов быстропеременный ток оказывается распределенным по сечению провода неравномерно - он как бы вытесняется на поверхность проводника. Это яв-

ление получило название скин-эффекта или поверхностного эффекта. Так как токи высокой частоты практически текут в тонком поверхностном слое, то провода для них делаются полыми.

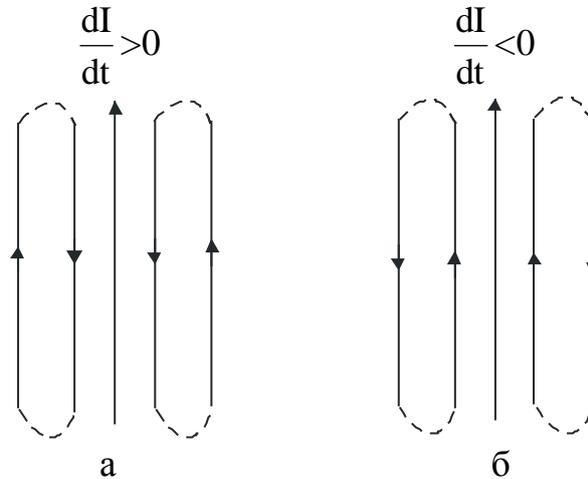


Рис. 52

Если сплошные проводники нагреть током высокой частоты, то в результате скин-эффекта происходит нагревание только их поверхностного слоя. На этом основан метод поверхностной закалки металлов. Меняя частоту поля, он позволяет производить закалку на любой требуемой глубине.

3.17. Индуктивность контура. Самоиндукция

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био-Савара-Лапласа, пропорциональна току. Поэтому сцепленный с током магнитный поток Φ пропорционален току I в контуре:

$$\Phi = LI, \quad (3.31)$$

где коэффициент пропорциональности L называется **индуктивностью контура**.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток, следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с. Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется **самоиндукцией**.

Из выражения (3.31) определяется единица индуктивности **генри (Гн)**: Им - индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе в 1 А равен 1 Вб: $1 \text{ Гн} = 1 \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}}$.

Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида. Полный магнитный поток через соленоид равен

$$\Phi = \mu\mu_0 \frac{N^2 I}{l} S.$$

Подставив это выражение в формулу (3.31), получим

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{\ell},$$

т.е. индуктивность соленоида зависит от числа витков соленоида N , его длины ℓ , площади S и магнитной проницаемости μ вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.

Можно сказать, что индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим

$$\varepsilon_s = -\frac{d}{dt} \Phi = -\left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется, то $L = \text{const}$ и

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (3.33)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению тока в нем.

Если ток со временем возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\varepsilon_s < 0$, т.е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и тормозит его возрастание. Если ток со временем убывает, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\varepsilon_s > 0$, т.е. индукционный ток имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание. Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

3.18. Токи при размыкании и замыкании цепи

При всяком изменении силы тока в проводящем контуре возникает э.д.с. самоиндукции, в результате чего в контуре появляются дополнительные токи, называемые экстратоками самоиндукции. Экстратоки самоиндукции, согласно правилу Ленца, направлены так, чтобы препятствовать изменениям тока в цепи, т.е. направлены противоположно току, создаваемому источником. При включении источника тока экстратоки имеют такое же направление, что и ослабевающий ток.

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.34)$$

где $\tau = \frac{L}{R}$ - постоянная, называемая временем релаксации. Из (3.34) следует, что τ есть время, в течение которого сила тока уменьшается в e раз.

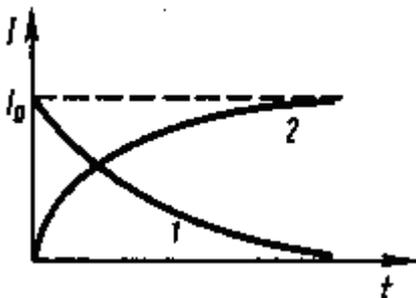


Рис. 53

Таким образом, в процессе отключения источника э.д.с. сила тока убывает по экспоненциальному закону (3.34) и определяется кривой 1 на рис. 53. Чем больше индуктивность цепи и меньше ее сопротивление, тем больше τ и, следовательно, тем медленнее уменьшается ток в цепи при ее размыкании.

При замыкании цепи $I = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, где $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ - установившийся ток (при $t \rightarrow \infty$).

Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление. Возникновение значительных э.д.с. самоиндукции может привести к пробое изоляции.

3.19. Взаимная индукция

Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 54).

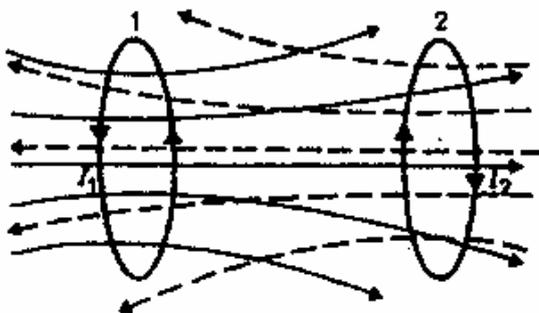


Рис. 54

Если в контуре 1 течет ток I_1 , то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален I_1 .

Обозначим через Φ_{21} ту часть потока, которая пронизывает контур 2. Тогда $\Phi_{21} = L_{21} I_1$, где L_{21} - коэффициент пропорциональности.

Если ток I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется э.д.с. и, которая по закону Фарадея (см. 3.27) равна и противоположна по закону скорости изменения магнитного потока Φ_{21} , созданного током в первом контуре и пронизывающего второй:

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Аналогично при протекании в контуре 2 тока I_2 магнитный поток (его поле изображено на рисунке штриховой линией) пронизывает контур 1. Если Φ_{12} - часть этого потока, пронизывающего контур 1, то $\Phi_{12} = L_{12} I_2$.

Если ток I_2 изменяется, то в контуре 1 индуцируется э.д.с. ε_{21} , которая

равна и противоположна по знаку скорости магнитного потока Φ_{12} , созданного током во втором контуре и пронизывающего первый:

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. Коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что L_{21} и L_{12} равны друг другу, т.е. $L_{12} = L_{21}$.

Коэффициенты L_{12} и L_{21} зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности, генри (Гн).

3.20. Трансформаторы

Принцип действия трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока, основан на явлении взаимной индукции. Впервые трансформаторы были сконструированы и введены в практику русским электротехником П.Н.Яблочковым и русским физиком И.Ф.Усагиным.

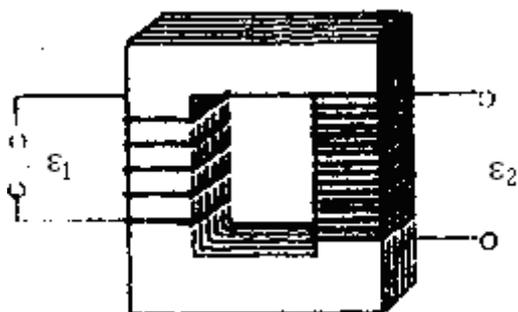


Рис. 55

Принципиальная схема трансформатора показана на рис.55. Первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно N_1 и N_2 витков укреплены на замкнутом железном сердечнике. Так как концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного напряжения с э.д.с ε_1 , то в ней возникает переменный ток I_1 , создающий в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Φ , который практически полностью локализован в железном сердечнике и, следовательно, почти целиком пронизывает витки вторичной обмотки. Изменение этого потока вызывает во вторичной обмотке появление э.д.с. взаимной индукции, а в первичной - э.д.с. самоиндукции.

Ток I_1 первичной обмотки определяется согласно закону Ома:

$$\varepsilon_1 - \frac{d}{dt} N_1 \Phi = I_1 R_1,$$

где R_1 -сопротивление первичной обмотки. Падение напряжения $I_1 R_1$ на сопротивление R_1 при быстропеременных полях мало по сравнению с каждой из двух

э.д.с, поэтому

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.35)$$

Э.дс. взаимной индукции, возникающая во вторичной обмотке,

$$\varepsilon_2 = -\frac{d}{dt} \left(N_2 \frac{d\Phi}{dt} \right). \quad (3.36)$$

Сравнивая выражения (3.35) и (3.36), получим, что э.д.с., возникающая во вторичной обмотке,

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1, \quad (3.37)$$

где знак минус показывает, что э.дс. в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

Отношение числа витков $\frac{N_2}{N_1}$ - показывающее, во сколько раз э.дс. во вторичной обмотке трансформатора больше (или меньше), чем в первичной, называется коэффициентом трансформации.

Пренебрегая потерями энергии, которые в современных трансформаторах не превышают 2% и связаны в основном с выделением джоулевой теплоты и появлением вихревых токов, и применяя закон сохранения энергии, можем записать, что мощность тока в обеих обмотках трансформатора практически одинакова:

$$\varepsilon_2 I_2 \approx \varepsilon_1 I_1$$

откуда, учитывая соотношение (3.37), найдем

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

т.е. токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.

Если $\frac{N_2}{N_1} < 1$, то имеем дело с *понижающим трансформатором*, уменьшающим э.д.с. и повышающим ток (применяется, например, при электросварке, т.к. для нее требуется большой ток при ничком напряжении); если $\frac{N_2}{N_1} > 1$ то

имеем дело с *повышающим трансформатором*, увеличивающим переменную э.д.с. и понижающим ток (применяются, например, для передачи электроэнергии на большие расстояния, т.к. в данном случае потери на джоулеву теплоту, пропорциональные квадрату силы тока, снижаются)

Мы рассматривали трансформаторы, имеющие только две обмотки. Однако трансформаторы, используемые в радиоустройствах, имеют 4-5 обмоток, обладающих разными рабочими напряжениями.

3.21. Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L , по которому течет ток I . С данным контуром сцеплен магнитный поток $\Phi=LI$, причем при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi=LdI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу $dA = I d\Phi = L I dI$. Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.38)$$

Исследование свойств переменных магнитных полей, в частности распространения электромагнитных волн, явилось доказательством того, что энергия магнитного поля локализована в пространстве. Это соответствует представлениям теории поля.

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай - однородное магнитное поле внутри соленоида. Подставив в формулу (3.37) выражение (3.32), получим

$$W = \frac{1}{2} \mu \mu_0 \frac{N^2 I^2}{\ell} S.$$

Так как $I = \frac{B\ell}{\mu \mu_0 N}$ (3.19) и $B = \mu \mu_0 H$ (3.2), то

$$W = \frac{B^2}{2\mu \mu_0} V = \frac{B \cdot H}{2} V, \quad (3.39)$$

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия (3.39) заключена в объеме соленоида и распределена с постоянной объемной плотностью

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu \mu_0} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \frac{B \cdot H}{2}.$$

Выражение (3.40) для объемной плотности энергии магнитного поля имеет вид, аналогичный формуле (1.46) для плотности энергии электростатического поля, но она справедлива и для неоднородных полей. Выражение (3.40) справедливо только для сред, в которых зависимость B от H линейная.

4. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

4.1. Магнитные моменты электронов и атомов

Рассматривая действие магнитного поля на проводники с током и на движущиеся заряды, мы не интересовались процессами, происходящими в веществе. Свойства среды учитывались формально с помощью магнитной проницаемости. Для того чтобы разобраться в магнитных свойствах сред и их влиянии на магнитную индукцию, необходимо рассмотреть действие магнитного поля на атомы и молекулы вещества.

Опыт показывает, что все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Рассмотрим причину этого явления с точки зрения строения атомов и молекул, положив в основу гипотезу Ампера, согласно которой в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах

Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электрон в атоме движется по круговым орбитам. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом $\vec{P}_m = IS\vec{n}$ модуль которого

$$P_m = IS = evS, \quad (4.1)$$

где $I = e v$ - сила тока, v - частота вращения электрона по орбите, S - площадь орбиты. Если электрон движется против часовой стрелки (Рис. 56), то ток направлен против часовой стрелки, и вектор \vec{P}_m в соответствии с правилом вита направлен перпендикулярно плоскости орбиты электрона. С другой стороны, движущийся по орбите электрон обладает механическим моментом импульса \vec{L}_e , модуль которого

$$L_e = m v r = 2\pi m v S, \quad (4.2)$$

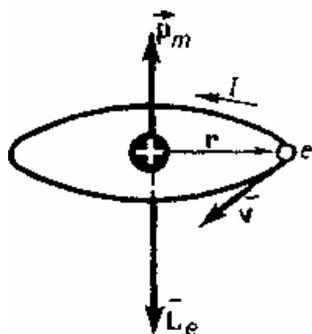


Рис. 56

где $V = 2\pi v r$, $\pi r^2 = S$. Вектор L_e (его направление также подчиняется правилу правого винта) называется орбитальным механическим моментом электрона.

Из рис. 47 следует, что направления P_m и L_e противоположны, поэтому, учитывая выражения (4.1) и (4.2), получим

$$\vec{P}_m = -\frac{e\vec{L}_e}{2m} = g\vec{L}_e,$$

где величина $g = -\frac{e}{2m}$ называется г и р о м а г н и т н ы м отношением орби-

тальных моментов (общепринято писать со знаком минус, указывающим на то, что направления моментов противоположны). Это отношение, определяемое универсальными постоянными, одинаково для любой орбиты, хотя для разных орбит значения V и g различны. Формула $g = -\frac{e}{2m}$ выведена для круговой орбиты, но она справедлива и для эллиптических орбит. Экспериментальное определение гиромагнитного отношения проведено в опытах Энштейна и де Гааза, которые наблюдали поворот свободно подвешенного на тончайшей кварцевой нити железного стержня при его намагничивании во внешнем магнитном поле. При исследовании вынужденных крутильных колебаний стержня определялось гиромагнитное отношение, которое оказалось равным $-\frac{e}{m}$. Таким образом, знак носителей, обуславливающий молекулярные токи, совпадал со знаком заряда электрона, а гиромагнитное отношение оказалось в два раза большим, чем введенная ранее величина g . Для объяснения этого результата, имевшего большое значение для дальнейшего развития физики, было предположено, а впоследствии доказано, что, кроме орбитальных моментов, электрон обладает собственным механическим моментом и импульса \vec{L}_{es} называемым спином. Считалось, что спин обусловлен вращением электрона вокруг своей оси, что привело к целому ряду противоречий. В настоящее время установлено, что спин является неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе. Спину электрона \vec{L}_{es} соответствует собственный (спиновый) магнитный момент \vec{P}_{ms} , пропорциональный \vec{L}_{es} и направленный в противоположную сторону:

$$\vec{P}_{ms} = g_s \vec{L}_{ts}. \quad (4.3)$$

Величина g_s называется гиромагнитным отношением спиновых моментов.

Проекция собственного магнитного момента на направление вектора \vec{B} может принимать только одно из следующих двух значений:

$$P_{msb} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm \mu_b,$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h - постоянная Планка), μ_b - магнетон Вора, являющийся единицей магнитного момента электрона.

В общем случае магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов. Магнитный момент атома, следовательно, складывается из магнитных моментов входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра (обусловлен магнитными моментами входящих в ядро протонов и нейтронов).

Однако магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому ими пренебрегают. Таким образом, общий магнитный момент атома (молекулы) \vec{P}_a равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) входящих в атом (молекулу) электронов:

$$\vec{P}_a = \sum \vec{P}_m + \sum \vec{P}_{ms}.$$

Еще раз обратим внимание на то, что при рассмотрении магнитных моментов электронов и атомов мы пользовались классической теорией, не учитывая ограничений, накладываемых на движение электронов законами квантовой механики. Однако это не противоречит полученным результатам, т.к. для дальнейшего объяснения намагничивания веществ существенно лишь то, что атомы обладают магнитными моментами.

4.2. Диа- и парамагнетизм

Всякое вещество является магнетиком, т.е. оно способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться). Для понимания механизма этого явления необходимо рассмотреть действие магнитного поля на движущиеся в атоме электроны.

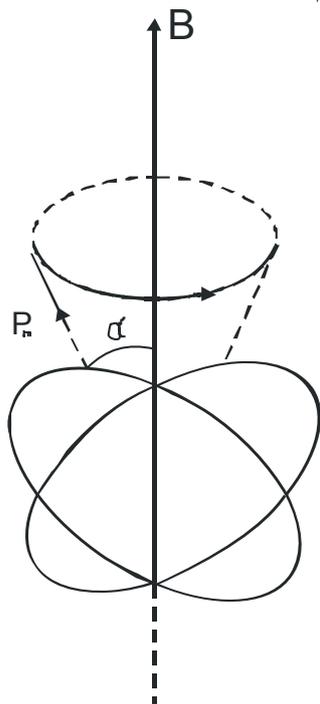


Рис. 57

Ради простоты предположим, что электрон в атоме движется по круговой орбите. Если орбита электрона ориентирована относительно вектора произвольным образом, составляя с ним угол α (рис. 57), то можно доказать, что она приходит в такое движение вокруг B , при котором вектор магнитного момента P_m , сохраняя постоянным угол α , вращается вокруг направления B с некоторой угловой скоростью. Такое движение в механике называется прецессией. Прецессию вокруг вертикальной оси, проходящей через точку опоры, совершает, например, диск волчка при замедлении движения.

Таким образом, электронные орбиты атома под действием магнитного поля совершают прецессионное движение, которое эквивалентно круговому току. Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется

составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются диамагнетиками.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик ненамагничен, по-

сколькo в данном случае магнитные моменты электронов взаимно компенсируются, и суммарный магнитный момент атома (он равен векторной сумме орбитальных и спиновых магнитных моментов, составляющих атом электронов) равен нулю. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Вi, Ag, Au, Си), большинство органических соединений, смолы, углерод и т.д.

Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на электроны атомов вещества, то диамагнетизм свойственен всем веществам. Однако наряду с диамагнитными веществами существуют и парамагнитные вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле по направлению поля.

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают.

При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов). Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным. При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается, и парамагнетик размагничивается. К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, Pt, Al и т.д. Диамагнитный эффект наблюдается и в парамагнетиках, но он значительно слабее парамагнитного и поэтому остается незаметным.

Подводя итог качественному рассмотрению диа- и парамагнетизма, еще раз отметим, что атомы всех веществ являются носителями диамагнитных свойств. Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество является парамагнетиком; если магнитный момент атомов мал, то преобладают диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком.

4.3. Намагниченность. Магнитное поле в веществе

Подобно тому, как для количественного описания поляризации диэлектриков вводилась поляризованность, для количественного описания магнетиков вводят векторную величину - намагниченность, определяемую магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \sum \frac{\vec{P}_a}{V},$$

где $\vec{P}_m = \sum \vec{P}_a$ - магнитный момент магнетика, представляющий собой векторную сумму магнитных моментов отдельных молекул.

Рассматривая характеристики магнитного поля, вводили вектор магнитной индукции \vec{B} , характеризующий результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, и вектор напряженности \vec{H} , характеризующий магнитное поле макротоков. Следовательно, магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля, создаваемого током, и поля, создаваемого намагниченным веществом. Тогда вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в магнетике равен векторной сумме магнитных индукций внешнего поля B_0 (поля, создаваемого намагничивающим током в вакууме) и поля микротоков B' (поля, создаваемого молекулярными токами):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (4.4)$$

где $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$.

Для описания поля, создаваемого молекулярными токами, рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра сечения S и длины ℓ , внесенного во внешнее магнитное поле с индукцией B_0 .

Возникающее в магнетике магнитное поле молекулярных токов будет направлено противоположно внешнему полю для диамагнетиков и совпадать с ним по направлению для парамагнетиков. Плоскости всех молекулярных токов расположатся перпендикулярно вектору B_0 .

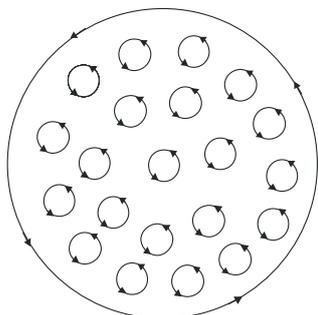


Рис. 58

Если рассмотреть любое сечение цилиндра, перпендикулярное его оси, то во внутренних участках сечения магнетика молекулярные токи соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются (рис. 58).

Нескомпенсированными будут лишь молекулярные токи, входящие в боковую поверхность цилиндра.

Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде и создает внутри него поле, магнитную индукцию \vec{B}' которого можно вычислить: для $N=1$ (соленоид из одного витка):

$$\vec{B}' = \frac{\mu_0 \Gamma'}{\ell}, \quad (4.5)$$

где Γ' - сила молекулярного тока, ℓ - длина рассматриваемого цилиндра или его линейная плотность, поэтому магнитный момент этого тока $p = \frac{\Gamma' \ell S}{\ell} = \frac{\Gamma' V}{\ell}$, где V - объем магнетика. Если p - магнитный момент магнетика

объемом V , то $\frac{p}{V}$ намагниченность магнетика J . Таким образом,

$$\vec{J} = \frac{\Gamma'}{\ell}. \quad (4.6)$$

Сопоставляя (4.5) и (4.6), получим, что $\vec{V}' = \mu \vec{J}$ или в векторной форме $\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}$.

Подставив выражение для \vec{B}_0 и \vec{B} в (4.4), получим

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}, \quad (4.7)$$

или

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}, \quad (4.8)$$

Как показывает опыт, в несильных полях намагниченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничение, т.е.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (4.9)$$

где χ безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества. Для диамагнетиков χ отрицательна.

Используя формулу (4.9), выражение (4.7) можно записать в виде

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}. \quad (4.10)$$

Откуда

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 (1 + \chi)}.$$

Безразмерная величина $\mu = 1 + \chi$ представляет собой магнитную проницаемость вещества. Подставив (4.12) в (4.10), приходим к соотношению $\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$ которое ранее постулировалось.

Так как абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало (порядка 10^{-4} - 10^{-6}), то для них μ незначительно отличается от единицы. Это просто понять, т.к. магнитное поле молекулярных токов значительно слабее намагничивающего поля. Таким образом, для диамагнетиков $\chi < 0$ и $\mu < 1$, для парамагнетиков $\chi > 0$ и $\mu > 1$.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора \vec{B}) является обобщением закона (3.18):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L \vec{B}_e d\vec{l} = \mu_0 (I + I'),$$

где I и I' - соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L . Таким образом, циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную. Вектор \vec{B} , таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках. Поэтому линии вектора магнитной индукции \vec{B} не имеют источников и являются замкнутыми.

4.4. Ферромагнетики и их свойства

Помимо рассмотренных двух классов веществ - диа- и парамагнетиков, называемых слабомагнитными веществами, существуют еще сильномагнитные вещества - ферромагнетики - вещества, обладающие спонтанной намагниченностью, т.е. они намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам, кроме основного их представителя - железа (от него и идет название "ферромагнетизм"), относятся, например, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения.

Ферромагнетики, помимо способности сильно намагничиваться, обладают еще и другими свойствами, существенно отличающими их от диа- и парамагнетиков. Если для слабомагнитных веществ зависимость \vec{J} от \vec{H} линейна (рис. 59), то для ферромагнетиков эта зависимость, впервые изученная в 1878г. методом баллистического гальванометра для железа русским физиком А.Г.Столетовым, является довольно сложной.

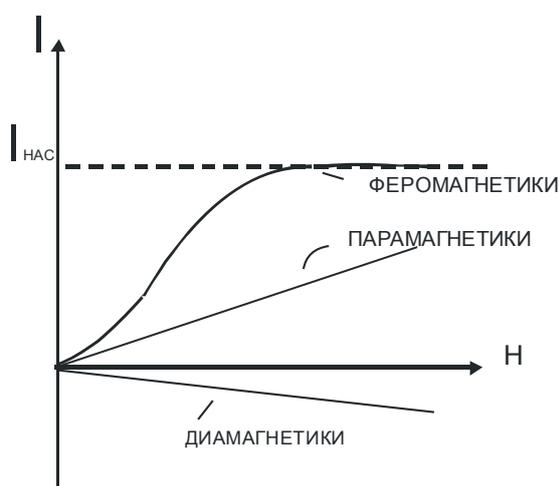


Рис. 59

По мере возрастания H намагниченность J сначала растет быстрее, затем медленнее и, наконец, достигается так называемое магнитное насыщение $J_{нас}$, уже не зависящее от напряженности поля. Подобный характер зависимости J от H можно объяснить тем, что по мере увеличения намагничивающего поля увеличивается степень ориентации молекулярных магнитных моментов по полю, однако этот процесс начнет замедляться, когда останется все меньше и меньше неориентированных моментов. И наконец, когда все моменты будут ориентированы по полю, дальнейшее увеличение J прекращается и наступает магнитное насыщение.

Существенная особенность ферромагнетиков - не только большие значения μ (например, для железа - 5000, для сплава супермалоя - 800000), но и зависимость μ от H . Вначале μ растет с увеличением H , затем, достигая максимума, начинает уменьшаться, стремясь в случае сильных полей к 1.

Характерная особенность ферромагнетиков состоит также в том, что для

них зависимость J от H (а следовательно, и B от H) определяется предысторией намагничивания ферромагнетика. Это явление получило название магнитного гистерезиса. Если намагнитить ферромагнетик до насыщения (точка 1, рис. 60), а затем начать уменьшать напряженность H намагничивающего поля, то, как показывает опыт, уменьшение J описывается кривой 1-2, лежащей выше кривой 1-0. При $H=0$ J отличается от нуля, т.е. в ферромагнетике наблюдается остаточное намагничивание J_{oc} .

С наличием остаточного намагничивания связано существование постоянных магнитов. Намагничивание обращается в нуль под действием поля H_c , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничивание. Напряженность H_c называется коэрцитивной силой. При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик перемагничивается (кривая 3-4), и при $H = -H_{нас}$ достигает насыщения (точка 4). Затем ферромагнетик можно опять размагнитить до насыщения (кривая 6-1).

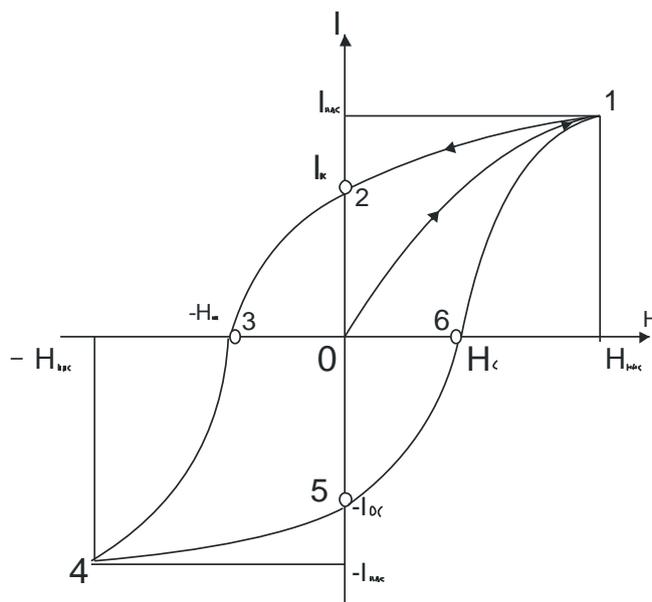


Рис. 60

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность J изменяется в соответствии с кривой 1-2-3-4-5-6-1, которая называется петлей гистерезиса (от греч. "запаздывание"). Гистерезис приводит к тому, что намагничивание ферромагнетика не является однозначной функцией H , т.е. одному и тому же значению H соответствует несколько значений J .

Различные ферромагнетики дают разные гистерезисные петли. Ферромагнетики с малой (в пределах от нескольких тысячных до 1-2 А/см) коэрцитивной силой H_0 (с узкой петлей гистерезиса) называются мягкими, с большой (от нескольких десятков до нескольких тысяч ампер на сантиметр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) — жесткими. Величина H_0 , J_{oc} и μ_{max} определяют применимость ферромагнетиков для тех или иных практических целей. Так, жесткие ферромагнетики (например, углекислые и вольфрамовые стали)

применяются для постоянных магнитов, а мягкие (например, мягкое железо, сплав железа с никелем) - для изготовления сердечников трансформаторов.

Ферромагнетики обладают еще одной существенной способностью: для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая точкой Кюри, при которой он теряет свои свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик.

Наконец, процесс намагничивания ферромагнетиков сопровождается изменением его линейных размеров и объема. Это явление получило название магнитострикции. Величина и знак эффекта зависят от напряженности H намагничивающего поля, от природы и ориентации кристаллографических осей по отношению к полю.

4.5. Природа ферромагнетизма

Рассматривая магнитные свойства ферромагнетиков, мы не вскрыли физическую природу этого явления. Описательная теория ферромагнетизма была разработана французским физиком П. Вейсом. Последовательная количественная теория на основе квантовой механики развита советским физиком Я. И. Френкелем и немецким физиком В. Гейзенбергом. Согласно представлениям Вейсса, ферромагнетики при температурах ниже точки Кюри обладают спонтанной намагниченностью, независимо от наличия внешнего намагничивающего поля. Вейсс ввел гипотезу, согласно которой ферромагнетик ниже точки Кюри разбивается на число малых макроскопических областей - доменов, самопроизвольно намагниченных до насыщения.

При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика равен нулю, и ферромагнетик не намагничен. Внешнее магнитное поле ориентирует по полю магнитные моменты не отдельных атомов, как это имеет место в случае парамагнетиков, а целых областей спонтанной намагниченности. Поэтому с ростом H намагниченность J и магнитная индукция B уже в довольно слабых полях растут очень быстро. Этим объясняется также увеличение J ферромагнетиков до максимального значения в слабых полях. Эксперименты показали, что зависимость B от H не является такой плавной, как показано на рис. 60, а имеет ступенчатый вид. Это свидетельствует о том, что внутри ферромагнетика домены поворачиваются по полю скачком.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ферромагнетики сохраняют остаточное намагничивание, т. к, тепловое движение не в состоянии быстро дезориентировать магнитные моменты столь крупных образований, какими являются домены. Поэтому и наблюдается явление магнитного гистерезиса. Для того чтобы ферромагнетик размагнитить, необходимо приложить коэрцитивную силу; размагничиванию способствует также встряхивание и нагревание ферромагнетика. Точка Кюри оказывается той температу-

рой, выше которой происходит разрушение доменной структуры.

Существование доменов в ферромагнетиках доказано экспериментально. Прямым экспериментальным методом является метод порошковых фигур. На тщательно отполированную поверхность ферромагнетика наносится водяная суспензия мелкого ферромагнитного порошка (например, магнетика). Частицы оседают преимущественно в местах максимальной неоднородности магнитного поля, т.е. на границах между доменами. Поэтому осевший порошок очерчивает границы доменов, и подобную картину можно сфотографировать под микроскопом. Линейные размеры доменов оказались равными 10^{-4} и 10^{-2} см.

Дальнейшее развитие теории ферромагнетизма Френкелем и Гейзенбергом, а также ряд экспериментальных фактов позволили выяснить природу элементарных носителей ферромагнетизма. В настоящее время установлено, что магнитные свойства ферромагнетиков определяются спиновыми магнитными моментами электронов. Установлено также, что ферромагнитными свойствами могут обладать только кристаллические вещества, в атомах которых имеются недостроенные внутренние электронные оболочки с нескомпенсированными спинами. В подобных кристаллах могут возникать силы, которые вынуждают спиновые магнитные моменты электронов ориентироваться параллельно друг другу, что и приводит к возникновению областей спонтанного намагничивания. Эти силы, называемые обменными силами, имеют квантовую природу - они обусловлены волновыми свойствами электронов.

Существуют вещества, в которых обменные силы вызывают антипараллельную ориентацию спиновых магнитных моментов электронов. Такие вещества называются антиферромагнетиками. Их существование теоретически было предсказано Л.Д.Ландау. Антиферромагнетиками являются некоторые соединения марганца (MnO , MnF_2), железа (FeO , $FeCl_2$) и многих других элементов. Для них также существует антиферромагнитная точка Кюри, при которой магнитное упорядочение спиновых магнитных моментов нарушается и антиферромагнетик превращается в ферромагнетик.

В последнее время большое значение приобрели полупроводниковые ферромагнетики - ферриты, химические соединения типа $MeOFe_2O_3$, где Me - ион двухвалентного металла (Mn , Co , Ni , Cu , Fe). Они отличаются заметными ферромагнитными свойствами и большим удельным электрическим сопротивлением (в миллиарды раз больше, чем у металлов). Ферриты применяются для изготовления постоянных магнитов, ферритовых антенн, сердечников радиочастотных контуров, элементов оперативной памяти в вычислительной технике, для покрытия пленок в магнитофонах и видеомагнитофонах и т.д.

5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

5.1. Вихревое электрическое поле

Из закона Фарадея $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ следует, что любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции, и вследствие этого появляется индукционный ток. Следовательно, возникновение э.д.с. электромагнитной индукции возможно и в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле. Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре. Согласно представлениям Максвелла, контур, в котором появляется э.д.с., играет второстепенную роль, являясь своего рода лишь прибором, обнаруживающим это поле.

Итак, по Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле \vec{E}_B , циркуляция которого

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{\ell} = \oint_L \vec{E}_{B\ell} d\ell = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (5.1)$$

где $\vec{E}_{B\ell}$ - проекция вектора \vec{E}_B на направление $d\ell$.

Подставив в формулу (5.1) выражение $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$, получим

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами. Следовательно,

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{\ell} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (5.2)$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\int_S \vec{B} d\vec{S}$ является функцией только от времени.

5.2. Ток смещения

Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого маг-

нитного поля. Для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение так называемый ток смещения.

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор (рис. 61). Между обкладками заряжающего конденсатора имеется переменное электрическое поле, поэтому, согласно Максвеллу, через конденсатор "протекают" токи смещения, причем в тех участках, где отсутствуют проводники.

Найдем количественную связь между изменяющимся электрическим и вызываемым им магнитным полем. По Максвеллу, переменное электрическое поле конденсатора в каждый момент времени создает такое магнитное поле, как если бы между обкладками конденсатора существовал ток проводимости, равный току в проводящих проводах. Тогда можно утверждать, что токи проводимости (I) и смещения ($I_{\text{см}}$) равны: $I_{\text{см}}=I$. Ток проводимости вблизи обкладок конденсатора

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \sigma dS = \int_S \frac{\partial \sigma}{\partial t} dS = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS \quad (5.3)$$

(поверхностная плотность заряда σ на обкладках равна электрическому смещению D в конденсаторе). Подынтегральное выражение в (5.3) можно рассматривать как частый случай скалярного произведения $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$, когда $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и $d\vec{S}$ взаимно параллельны. Поэтому для общего случая можно записать

$$I = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Сравнивая это выражение с $I = I_{\text{см}} = \int_S \vec{j}_{\text{см}} d\vec{S}$ имеем

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (5-4)$$

Выражение (5.4) и было названо Максвеллом плотностью тока смещения.

Рассмотрим, каково же направление векторов плотностей токов проводимости и токов смещения. При зарядке конденсатора (рис. 61) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от правой обкладки к левой, поле в конденсаторе усиливается, вектор \vec{D} растет со временем. Следовательно, $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} > 0$, т.е.

вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен в ту же сторону, что и \vec{D} .

На рисунке видно, что направления векторов $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и \vec{j} совпадают. При разрядке конденсатора (рис. 61, б) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от левой обкладки к правой, поле в конденсаторе ослабляется, вектор \vec{D}

убывает со временем, Следовательно $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$, т.е. вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен противоположно вектору \vec{D} . Однако вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен опять так же, как и вектор \vec{j} . Из разнообразных примеров следует, что направление вектора \vec{j} , а следовательно, и вектора $\vec{j}_{\text{см}}$ совпадает с направлением вектора $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, как это и следует из формулы (5.4).

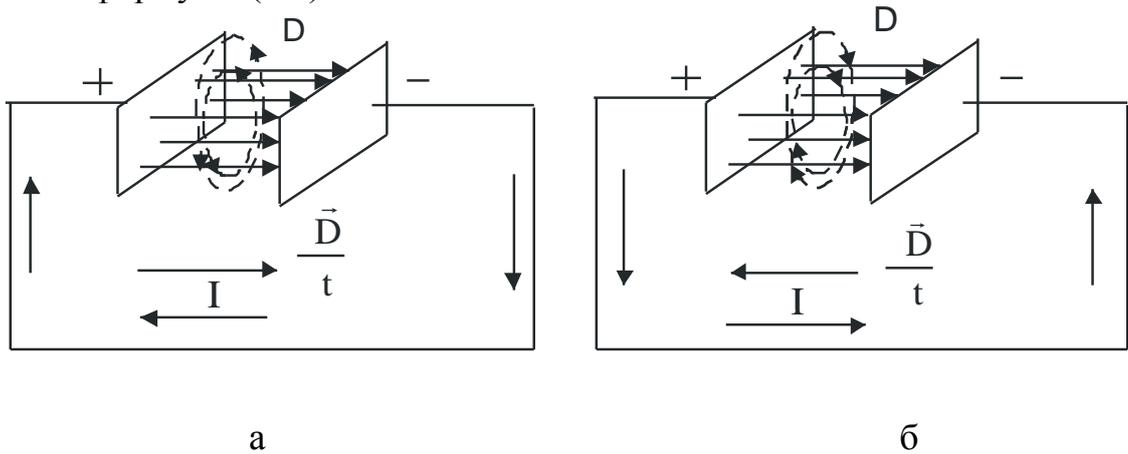


Рис. 61

Из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно - способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле. Таким образом, ток смещения (в вакууме или веществе) создает в окружающем пространстве магнитное поле.

В диэлектриках ток смещения состоит из двух слагаемых. Так как, согласно $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, где \vec{E} - напряженность электростатического поля, а \vec{P} - поляризованность, то плотность тока смещения

$$\vec{j}_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad (55)$$

где $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ - плотность тока смещения в вакууме, $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ - плотность тока поляризации - тока, обусловленного упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике (смещение зарядов в неполярных молекулах или поворот диполей в полярных молекулах)

Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, т.к. токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости. Однако то, что и другая часть плотности тока смещения ($\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$), не связанная с движением зарядов, а обусловленная только изменением электрического поля во времени, также возбуждает магнитное поле, является прин-

ципиально новым утверждением Максвелла. Даже в вакууме всякое изменение во времени электрического поля приводит к возникновению в окружающем пространстве магнитного поля

Следует отметить, что название (ток смещения) является условным, а точнее - исторически сложившимся, т.к. ток смещения по своей сути - это изменяющееся со временем электрическое поле. Ток смещения поэтому существует не только в вакууме или диэлектриках, но и внутри проводников, по которым течет переменный ток. Однако в данном случае он пренебрежительно мал по сравнению с током проводимости. Наличие токов смещения подтверждено экспериментально советским физиком А.А.Эйхенвальдом, изучавшим магнитное поле тока поляризации, которое, как следует из (5.5), является частью тока смещения

Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и смещения. Плотность полного тока

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Введя понятие тока смещения и полного тока, Максвелл по-новому подошел к рассмотрению замкнутости цепей переменного тока. Полный ток в них всегда замкнут, т.е. на конце проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости.

Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора H ($\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$), введя в ее правую часть полный ток $I_{\text{полн}} = \int_S \vec{j}_{\text{полн}} d\vec{S}$ сквозь поверхность S , натянутую на замкнутый контур L . Тогда обобщенная теорема о циркуляции вектора H запишется в виде

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (5.6)$$

Выражение (5.6) справедливо всегда, свидетельством чего является полное соответствие теории и опыта.

5.3. Уравнение Максвелла для электромагнитного поля

Введение Максвеллом понятия тока смещения привело к завершению созданной теории электромагнитного поля, позволяющей с единой точки зрения не только объяснить электрические и магнитные явления, но и предсказать новые, существование которых было впоследствии подтверждено.

В основе теории Максвелла лежат рассмотренные четыре уравнения

1. Электрическое поле может быть как потенциальным (\vec{E}_Q) и вихревым (\vec{E}_B), поэтому напряженность суммарного поля $\vec{E} = \vec{E}_Q + \vec{E}_B$.

Так как циркуляция вектора \vec{E}_Q равна нулю, а циркуляция вектора \vec{E}_B определяется выражением (см. 5.2), то циркуляция вектора напряженности суммарного поля

$$\oint_L \vec{E} d\vec{\ell} = - \int_L \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и меняющиеся во времени магнитные поля.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора \vec{H} :

$$\oint_L \vec{H} d\vec{\ell} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Гаусса для поля \vec{D} :

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q.$$

4. Теорема Гаусса для поля \vec{B} :

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Величины, входящие в уравнение Максвелла, не являются независимыми, и между ними существует следующая связь :

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \mu_0 \vec{H} \\ \vec{j} &= \nu \vec{E} \end{aligned}$$

где ε_0 и μ_0 - соответственно электрическая и магнитная постоянные, ε и μ - соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости, ν - удельная проводимость вещества.

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть электрические заряды либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т.е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом - они образуют единое электромагнитное поле.

Теория Максвелла, являясь обобщением основных законов электрических и магнитных явлений, смогла объяснить не только уже известные экспериментальные факты, что также является важным ее следствием, но и предсказала но-

вые явления. Одним из важных выводов этой теории явилось существование магнитного поля токов смещения, что позволило Максвеллу предсказать существование электромагнитных волн переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. В дальнейшем было доказано, что скорость распространения свободного электромагнитного поля в вакууме равна скорости света. Этот вывод и теоретическое исследование свойств электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны. Электромагнитные волны на опыте были получены немецким физиком Г.Герцем, доказавшим, что законы их возбуждения и распространения полностью описываются уравнениями Максвелла. Таким образом, теория Максвелла была экспериментально подтверждена.